

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Uploaddatum: 29.12.2020

Uploadzeit: 11:22

Dies ist ein von FlexNow automatisch beim Upload generiertes Deckblatt. Es dient dazu, die Arbeit automatisiert der Prüfungsakte zuordnen zu können.

**This is a machine generated frontpage added by FlexNow.
Its purpose is to link your upload to your examination file.**

Matrikelnummer: 21675682





GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN



Bachelorarbeit

Numerische Untersuchung des Wärmeübergangs bei Strahl-Wand-Wechselwirkungen unterexpandierter Überschallprallstrahlen mit einer glatten Oberfläche

Numerical Investigation of the Heat Transfer during Jet-Wall-Interactions of an underexpanded Supersonic Jet impinging on a Flat Surface

angefertigt von

Yannik Feldner

geb. in Hann. Münden

am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik

Bearbeitungszeit: 29. September 2020 bis 29. Dezember 2020

Betreuer: Dr. Moritz Ertl

Erstgutachter: Prof. Dr. rer. nat. Dr. habil. Andreas Dillmann

Zweitgutachter: Prof. Dr. Martin Rein

Zusammenfassung

Wiederverwendbare Raumtransportsysteme stellen aufgrund ihrer Modularität eine ressourcensparende, flexibel einsetzbare und kosteneffiziente Alternative zu klassischen Transportsystemen für gegenwärtige und zukünftige Weltraummissionen dar. Bei der Rückführung einer solchen “vertical take-off, vertical landing” (kurz VTVL) Raketenstufe zur Landeplattform durch Retropropulsion kommt es zu hohen thermischen Belastungen der Raketenstrukturen und Landevorrichtungen, sodass die Identifizierung möglicher Gefahrenquellen zwingend notwendig ist, um die Konstruktion vor strukturellen Beschädigungen zu schützen.

Als Vorbetrachtung zur Charakterisierung der auftretenden Landebedingungen und der Wärmestromverteilung entlang der angestrahlten Bodenplatte wurden numerische Simulationen über den DLR-*TAU*-Code in der Raumfahrt-Erweiterung unter Verwendung der Reynolds- bzw. Favre-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen und der linearen Wirbelviskositätsmodelle nach Spalart-Allmaras, Wilcox und Menter zur Lösung des Schließungsproblems für den Reynoldsspannungstensor durchgeführt. Dabei handelt es sich bei der betrachteten Strahlanordnung um einen einphasigen, unterexpandierten, runden, achsensymmetrischen Überschallprallstrahl mit einem Unterexpansionsverhältnis von $U = 3,5$ und einer Mach-Zahl von $M \approx 2,04$. Der Anstellwinkel der angestrahlten Bodenplatte beträgt für alle Betrachtungen 90° . Damit konnte, unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften des Problems, das numerische, unstrukturierte Gitter auf einen rotationssymmetrischen Keilausschnitt der Anordnung beschränkt werden, wobei eine hinreichend gute Auflösung des Gitters durch einen GCI im Bereich von 1,46% bis 2,42% gewährleistet ist.

Neben der Variation der adiabatischen Wandtemperatur und des Prallplattenabstandes im Intervall $[0,5; 20] D_{NE}$, wobei D_{NE} für den Düsenaustrittsdurchmesser steht, wurde zusätzlich der Einfluss des Turbulenzmodells auf die Darstellung der Wärmestromverteilung, ausgedrückt über die Nusselt-Zahl, untersucht. Für Düsenabstände im Bereich von $[3; 5] D_{NE}$ konnte außerdem die experimentell beobachtete Ausbildung einer Rezirkulationsblase nach K. V. Klinkov [14] bestätigt werden.

Durch die Annäherung der betrachteten Düse an die Prallplatte kommt es zu starken Veränderungen des Strömungsfeldes. Vor allem die Ausbildung einer Rezirkulationsblase führt zu einer signifikanten Verschiebung des auftretenden Plattenstoßes und einer deutlichen Abnahme des Wärmestroms im Bereich der Staupunktströmung. Aufgrund der auftretenden Wärmestromfluktuationen in diesem Gebiet konnte zum jetzigen Zeitpunkt kein generelles Interpolationsverfahren der Wärmestromverteilung für allgemeine Plattenabstände ermittelt werden. Durch die Annäherung der isothermen Wandtemperatur an die Temperatur des Prallstrahls konnte lediglich eine schlechtere, globale Wärmeleitung festgestellt werden, sodass sich die Form der Wärmestromverteilung nicht signifikant ändert und nur eine Verschiebung zu geringeren Nusselt-Zahlen erfolgt. Alle betrachteten Turbulenzmodelle sind dazu

in der Lage die charakteristischen Eigenschaften der Strömung aufzulösen und die Form der Wärmestromverteilung wiederzugeben. Für das SAO-Modell nach Spalart-Allmaras kommt es im Bereich der Maxima und für Strömungsbereiche mit einem hohen Turbulenzgrad jedoch zu einer signifikanten Unterschätzung der maximalen Nusselt-Zahl von 44,66% bis 389,40% im Vergleich zu dem Modell nach Wilcox. In den Lösungen, die über das Turbulenzmodell nach Menter erzeugt worden sind, kommt es mit zunehmendem radialem Abstand zum Staupunkt zusätzlich zu einem instationären Verhalten der Strömung und starken Fluktuationen der Nusselt-Zahl, sodass das k - ω -Turbulenzmodell nach Wilcox die auftretenden Strömungsphänomene am präzisesten darzustellen scheint.

Stichwörter: Physik, Gasdynamik, Prallstrahlen, Überschall, Wärmeübergang, Wärmestrom, Düse, glatte Wand, Boden, Retropropulsion, achsensymmetrisch, normal, CFD, RANS, Turbulenzmodelle, Spalart-Allmaras, Wilcox, k - ω , Menter, Strömungsfeld, Analyse

Abstract

Reusable space transport systems are resource- and cost-efficient alternatives to classical transport systems for present and future space missions. Furthermore, they are very flexible in use, because of their modularity. During the retropropulsion phase of such “vertical take-off, vertical landing” (VTVL) rocketstages high thermal loads are acting on the rocket structure and landing legs. Therefore, it is necessary to identify potential risks, in order to prevent the system from taking structural damage.

As a preview for characterizing the occurring landing conditions and heat flux distributions along the observed ground plate, numerical calculations were carried out using the DLR *TAU*-code with its space extensions. It utilizes the Reynolds- and Favre-Averaged-Navier-Stokes-Equations in combination with the linear eddy-viscosity models by Spalart-Allmaras, Wilcox and Menter for solving the closure problem concerning the Reynolds stress tensor. The observed impingement system consists of an underexpanded, submerged, round, axisymmetric supersonic jet, which is characterized by an underexpansion ratio of $U = 3.5$, a Mach number of $M \approx 2.04$, and a smooth ground plate. The angle of attack between the incoming jet and the observed ground plate equals 90° . By using the symmetric properties of the system, the numerical, unstructured mesh was restricted to a rotationally symmetric wedge of the problem. A sufficient resolution of the mesh is obtained with small GCI-values between 1,46% and 2,42%.

Investigations of the heat flux distributions, expressed in terms of the Nusselt number, for various isothermal wall temperatures and nozzle-to-plate distances in the range of $[0,5; 20] D_{NE}$, where D_{NE} represents the exit diameter of the nozzle, were conducted. In addition the influence of the turbulence model on the heat flux distribution was analyzed. For nozzle-to-plate distances in the range of $[3; 5] D_{NE}$ the formation of a recirculation bubble, which was observed experimentally by K. V. Klinkov [14], can be confirmed.

With decreasing nozzle-to-plate distance significant changes in the flow field characteristics occur. Especially the formation of the recirculation bubble leads to a displacement of the stand-off shock in front of the plate in direction of the free jet. This causes a significant decrease of the heat flux inside the stagnation bubble. The recirculation inside the stagnation region generates strong fluctuations of the heat flux distribution. Thereby a universal interpolation method for general nozzle-to-plate distances can not be established yet. The variation of the isothermal wall temperature has a rather small influence on the shape of the heat flux distribution. Increasing the wall temperature decreases the magnitude of the heat flux, leading to a shift to smaller nusselt numbers.

The turbulence models by Spalart-Allmaras, Wilcox and Menter were used and are capable of resolving the characteristic flow field properties and the shapes of the

observed heat flux distributions. In flow regions with high grades of turbulence and maximum values of the heat flux distribution the SAO-model derived by Spalart-Allmaras significantly underestimates the maximum Nusselt number by 44,66% up to 389,40% in comparison to the $k-\omega$ -Modell by Wilcox. For an increasing radial distance to the stagnation point, the calculated flow fields generated by the Menter-SST model exhibit an unsteady behavior and strong fluctuations of the Nusselt number. Therefore the Wilcox- $k-\omega$ model seems to produce the best results for the given system.

Keywords: Physics, gas dynamics, impingement jets, supersonic, heatflux, nozzle, ground, smooth wall, retropropulsion, axisymmetric, normal, CFD, RANS, turbulence model, Spalart-Allmaras, Wilcox, $k-\omega$, Menter, flow field analysis

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen der Prallstrahl-Physik	3
2.1. Charakteristiken der Unterschallprallstrahlen	3
2.2. Der unterexpandierte Überschallfreistrahle	5
2.3. Charakteristiken der Überschallprallstrahlen	7
2.4. Dimensionslose Kennzahlen	10
3. Numerische Grundlagen von <i>TAU</i>	13
3.1. Grundlegende Erhaltungsgleichungen	13
3.2. Turbulenzmodellierung	15
3.2.1. Spalart-Allmaras Turbulenzmodelle	16
3.2.2. Zweigleichungs k - ω -Modelle	17
3.2.3. Diskretisierung	18
3.3. Diskretisierung der Grenzschichtströmung	19
3.3.1. Logarithmisches Wandgesetz turbulenter Grenzschichten	19
3.3.2. Bedingungen an den dimensionslosen Wandabstand	22
4. Numerisches Setup und Vorgehen	23
4.1. Simulationsgitter und Randbedingungen	24
4.2. Preprocessing und Simulationsroutine	28
4.3. Gitteradaption	29
4.4. GCI und Netzkonzvergenzstudie	30
4.5. Ergebnisse der Netzkonzvergenzstudie	33
5. Ergebnisse	37
5.1. Strömungsfeld der Überschallprallstrahlen	37
5.2. Entstehung der Rezirkulationsblase	41
5.3. Wärmestrom in Abhängigkeit vom Düsenabstand	45
5.4. Einfluss der Wandtemperatur	47

5.5. Einfluss des Turbulenzmodells	49
6. Schlussfolgerungen und Ausblick	53
A. Ausgabeparameter <i>CEA</i>	57
B. Strömungsfelder der Prallstrahlen	59
C. Verteilungen der adiabatischen Wandtemperaturen	65
D. Python-Skript zur Berechnung des GCI	67

Abbildungsverzeichnis

2.1. Unterschallprallstrahlsystem und Strömungsregionen	4
2.2. Schematische Skizze des unterexpandierten Freistrahls	7
2.3. Überschallprallstrahlsystem und Strömungsregionen	8
3.1. Logarithmisches Wandgesetz	21
4.1. Prozessdarstellung zur Initialisierung der Rechnungen	23
4.2. Visualisierung des Rechnernetzes mit gegebenen Randbedingungen . .	27
4.3. Adaptiertes Gitter im Nahfeld-Wandstrahlbereich für $S = 0,5$	29
4.4. Wärmestromverteilung Netzkonvergenzstudie	34
5.1. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 20$	38
5.2. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 5$	39
5.3. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 1,5$	40
5.4. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 0,5$	41
5.5. Dimensionsloser Plattendruck für alle betrachteten Düsenabstände .	42
5.6. Visualisierung der Wirbelstrukturen im Bereich der Staupunktströmung	44
5.7. Nusselt-Zahl für verschiedene Wandabstände	46
5.8. Nusselt-Zahl für verschiedene Wandtemperaturen	48
5.9. Nusselt-Zahl für unterschiedliche Turbulenzmodelle	50
B.1. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 0,5$	59
B.2. Strömungsbild der Überschallprallstrahlen für $S = 1$ und $S = 1,5$. .	60
B.3. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 3$	61
B.4. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 5$	62
B.5. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 10$	63
B.6. Strömungsbild des Überschallprallstrahls für $S = 20$	64
C.1. Verteilung der adiabatischen Wandtemperaturen für die unterschied- lichen Wandabstände	65

C.2. Verteilung der adiabatischen Wandtemperaturen für die unterschiedlichen Turbulenzmodelle	66
---	----

Tabellenverzeichnis

4.1. Standardmäßige Randbedingungen der Simulationsanordnung	26
4.2. Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie	34
5.1. Prozentuale Abweichung der maximalen Größen für die betrachteten Turbulenzmodelle	49
5.2. Prozentuale Abweichung der integrierten Größen für die betrachteten Turbulenzmodelle	49

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

Variable	Bedeutung	Einheit
C	Integrationskonstante	—
C^*	CFL-Zahl	—
c	Schallgeschwindigkeit	m/s
$c_{b1}, c_{b2}, c_{v1}, c_{w1}$	Schließungskoeffizienten nach Spalart-Allmaras	—
D_{NE}	Durchmesser der Düsenöffnung	m
d	Normalenabstand zur nächsten Oberfläche	—
E	totale Energie	J
\tilde{e}	spezifische innere Energie	J
e_a^{21}	relativer Fehler der Strömungsgröße auf dem feinen und mittleren Netz	—
e_a^{32}	relativer Fehler der Strömungsgröße auf dem mittleren und groben Netz	—
e_{ext}^{21}	extrapolierter Fehler auf dem feinen und mittleren Netz	—
e_{ext}^{32}	extrapolierter Fehler auf dem mittleren und groben Netz	—
F	repräsentative skalare Größe im Diskretisierungsverfahren	—
f_{v1}	Dämpfungsfunktion nach Spalart-Allmaras	—
f_w	Hilfsgleichung nach Spalart-Allmaras	—
GCI_{fein}^{21}	GCI auf dem feinen und mittleren Netz	—
GCI_{grob}^{32}	GCI auf dem mittleren und groben Netz	—
H	totale Enthalpie	J
h	lokaler Wärmetransportkoeffizient	W/m ² ·K
h^*	spezifische Länge zur Berechnung des GCI	m

Variable	Bedeutung	Einheit
h_{fein}^*	spezifische Länge auf dem feineren Netz	m
h_{grob}^*	spezifische Länge auf dem gröberen Netz	m
\tilde{h}	spezifische Enthalpie	J
k	turbulente kinetische Energie	$\text{J}; \text{m}^2/\text{s}^2$
k_t	thermische Leitfähigkeit von Luft	$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$
L_T	turbulente Längeneinheit	m
M	Mach-Zahl	—
N	Anzahl an Gitterzellen	—
N_{fein}	Gitterzellen des feinen Netzes	—
N_{grob}	Gitterzellen des groben Netzes	—
N_{medium}	Gitterzellen des mittleren Netzes	—
Nu	Nusselt-Zahl	—
P	lokaler Druck	Pa
P_a	Düsenausgangsdruck	Pa
P_{Boden}	dimensionsloser Druck entlang der Bodenplatte	Pa
P_{norm}	Normaldruck	Pa
P_{Platte}	dimensionsbehafteter Plattendruck	Pa
P_u	Umgebungsdruck	Pa
p	scheinbare Ordnung der Richardson Extrapolation	—
Q	Querdiffusionsterm	—
q	Wärmestrom pro Einheitsfläche	W/m^2
$q(p)$	Verbesserungsfaktor bei ungleichmäßiger Netzverfeinerung	—
q_{L_j}	gemittelter Wärmestromvektor	W
q_{T_j}	turbulenter Wärmetransport	W
R	ideale Gaskonstante	$\text{kgm}^2/\text{s}^2\text{molK}$
R_{ij}	spezifischer Reynoldsspannungstensor	m^2/s^2
Re	Reynolds-Zahl	—
$r_{\text{grob,fein}}$	Verfeinerungsfaktor zur Berechnung des GCI	—
r_{21}	Verfeinerungsfaktor für das mittlere und feine Netz	—
r_{32}	Verfeinerungsfaktor für das grobe und mittlere Netz	—
\tilde{S}	Hilfsgleichung nach Spalart-Allmaras	—
S	Dimensionsloser Düsenabstand zum Boden	—
S_{ij}	Deformationstensor	—

Variable	Bedeutung	Einheit
s	Korrekturfaktor zur Berechnung der scheinbaren Ordnung	—
T	Temperatur	K
T_M	Zeitintervall zur Mittelung nach Reynolds	s
$T_{\text{ad. Wand}}$	adiabatische Wandtemperatur	K
T_{norm}	Normaltemperatur	K
T_T	turbulente Zeiteinheit	s
T_{Wand}	Wandtemperatur	K
t	Zeit	s
t_{ij}	Verhältnis zwischen Spannungs- und Dehnungsrate eines Newton'schen Fluids	—
U	Unterexpansionsverhältnis	—
$\overline{U}_i(\mathbf{x})$	Mittelwert einer Strömungsgröße	—
U_e	Geschwindigkeit am äußeren Grenzschichtrand	m/s
$U_{i/j/k}$	gemittelte Strömungsgeschwindigkeit in der Einstein'schen Summenkonvention	m/s
u	lokale Strömungsgeschwindigkeit	m/s
$u_{\text{Düse}}$	Austrittsgeschwindigkeit im Düsenquerschnitt	m/s
$u_{i/j/k}$	Strömungsgeschwindigkeit in die drei Raumrichtungen nach der Einstein'schen Summenkonvention	m/s
$u_{i/j/k}(\mathbf{x}, t)$	Superposition der Mittelwerte und Fluktuationen einer Strömungsgröße	—
$u'_{i/j/k}(\mathbf{x}, t)$	Fluktuationsanteil einer Strömungsgröße	—
$u''_{i/j/k}$	Geschwindigkeitsfluktuationen in der Favre Mittelung	m/s
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit in Wandnähe	—
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	m/s
V_i	i-tes Volumenelement des Gitters	m ³
X, Y, Z	kartesische Raumrichtungen	—
X_{NE}	dimensionsbehafteter Düsenabstand zum Boden	m
$x_{i/j/k}$	kartesische Raumrichtungen in der Einstein'schen Summenkonvention	—
x_{i+1}	Gitterpunkt	—
\mathbf{x}	Ortsvektor / vektorielle Größen	—

Variable	Bedeutung	Einheit
y	normaler Wandabstand	m
y^+	dimensionsloser Wandabstand	—
y_{i+1}	analytische Lösung des Strömungsproblems	—
$y(x_{i+1})$	Lösung des numerischen Verfahrens	—

Griechische Buchstaben

Variable	Bedeutung	Einheit
α	Schließungskoeffizient nach Wilcox	—
β, β^*	Schließungskoeffizient nach Wilcox	—
Δ	äußere Grenzschichtdicke	m
Δx	Abstände der Gitterpunkte	—
δ_{ij}	Kronecker Delta	—
ϵ	Dissipationsrate der turbulenten kin. Energie	m^2/s^3
ϵ^*	erste Schichtdicke des Keilausschnitts	—
ϵ_{i+1}	Diskretisierungsfehler	—
ϵ_{21}	Differenz der Strömungsgrößen auf dem mittleren und feinen Netz	—
ϵ_{32}	Differenz der Strömungsgrößen auf dem groben und mittleren Netz	—
η	dimensionslose, äußere Grenzschichtdicke	—
κ	Kármán Konstante	—
κ_K	Kompressibilitätskoeffizient	$\text{s}^2\text{m}/\text{kg}$
λ_σ	Wellenlänge der Stoßzellen	m
μ	dynamische Viskosität	$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$
μ_T	dynamische Wirbelviskosität	kg/ms
ν	kinematische Viskosität	m^2/s
$\tilde{\nu}$	SA-Viskosität	m^2/s
$\nu_{\text{Düse}}$	kinematische Viskosität im Austrittsquerschnitt der Düse	m^2/s
ν_T	Wirbelviskosität	m^2/s
ρ	Dichte	kg/m^3
σ	Schließungskoeffizient nach Spalart-Allmaras	—

Variable	Bedeutung	Einheit
$\sigma, \sigma^*, \sigma_d$	Schließungskoeffizienten nach Wilcox	—
σ_e	einlaufender Stoß	—
σ_h	Haupt-Stoß / Mach-Scheibe	—
σ_r	reflektierter Stoß	—
τ	tangentiale Unstetigkeit	—
τ_W	Wandschubspannung	kg/ms ²
ϕ	Strömungsgröße	—
ϕ_1	Strömungsgröße auf dem feinen Netz	—
ϕ_2	Strömungsgröße auf dem mittleren Netz	—
ϕ_3	Strömungsgröße auf dem groben Netz	—
ϕ_{ext}^{21}	Extrapolierte Strömungsgröße zwischen feinem und mittleren Netz	—
$\tilde{\phi}$	Favre gemittelte Strömungsgröße	—
χ	Verhältnis zwischen SA-Viskosität und gemittelter kinematischer Viskosität	—
ω	spezifische Dissipationsrate der turbulenten kin. Energie	1/s

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ASME	American Society of Mechanical Engineering
AUSMDV	Advection Upwind Splitting Method, Flux Vector and Flux Difference splitting biased
CAD	Computer-Aided Design
CALLISTO	Cooperative Action Leading to Launcher Innovation in Stage Toss-back Operations
CFD	Computational Fluid Dynamics
CNES	Centre national d'études spatiales
DES	Detached Eddy Simulations
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direkte numerische Simulationen
GCI	Grid Convergence Index

Abkürzung	Bedeutung
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
LES	Large Eddy Simulations
MPI	Message Passing Interface
NE	numerisches Einlassgebiet
RANS	Reynolds-Averaged-Navier-Stokes-Equations
RSM	Reynoldsspannungsmodelle
SA	Spalart-Allmaras
SAO	Spalart-Allmaras original
SST	Shear Stress Transport
VTVL	vertical take-off, vertical landing

1. Einleitung

Mit Hilfe von wiederverwendbaren Raumtransportsystemen und Raketenstufen erhofft man sich, in Zukunft eine ressourcensparende Alternative zu klassischen Raumtransportsystemen zu etablieren. Dies geht mit einer Verringerung der Operations- und Servicekosten, sowie einer massiven Erhöhung der Einsatzflexibilität durch höhere Modularität und, im Vergleich zu einem Neubau, einem geringerem Bereitstellungsaufwand einher.

Eine gegenwärtige internationale Initiative stellt dabei der Demonstrator einer Raketenunterstufe CALLISTO (Cooperative Action Leading to Launcher Innovation in Stage Toss-back Operations) in Kooperation des DLR, CNES und JAXA dar. Hierbei handelt es sich um eine vertical take-off, vertical landing (kurz VTVL) Raketenstufe, die mit Hilfe von Retropropulsion, also der Zündung des Triebwerks entgegen der Flugrichtung zur Geschwindigkeitsverringering, wieder zur Erde zurückgeführt werden soll. Ähnliche Bemühungen wurden bereits durch Firmen wie Blue Origin oder SpaceX unternommen [6, 13], die u. a. in jüngster Vergangenheit zum ersten bemannten Start der Falcon 9 Rakete und der Landung ihrer Unterstufe geführt haben [11].

Eine wichtige Voraussetzung sind dabei aerothermische Betrachtungen beim angetriebenen Flug entgegen der Bewegungsrichtung und der Landung, da während dieser Flugphasen die Raketenstrukturen und Landebeine einer großen thermischen Belastung ausgesetzt sind. Im Rahmen der Bachelorarbeit soll deshalb die Wechselwirkung eines Abgasstrahls, bei dem es sich um einen unterexpandierten Überschallstrahl handelt, mit dem Untergrund der Landeplattform und der daraus resultierende Wärmeübergang betrachtet werden. Hierbei sind die Landebeine, neben der thermischen Belastung aufgrund des Strahls, einer zusätzlichen Belastung durch die Rückstrahlung der an den Boden abgegebenen Wärme ausgesetzt. Das Phänomen der Wechselwirkung eines Überschallstrahls mit einer festen Wand wird als Überschallprallstrahl bezeichnet. Während sich für große Wandabstände nahezu die Freistrahbedingungen ergeben, treten für Wandabstände kleiner als das Nahfeld des

1. Einleitung

Überschallstrahls gekrümmte Stoßstrukturen auf, wobei eine subsonische, transsonische und supersonische Strömungsregion ausgebildet werden [9]. Dadurch kommt es zu einer komplexen Wechselwirkung der unterschiedlichen Strömungsbereiche in der Nähe des betrachteten Bodens und einem hohen Turbulenzgrad der Strömung. Für den Fall, dass die Stoßstrukturen innerhalb des Freistrahls mit den bodennahen Unstetigkeiten in Kontakt treten, ist zusätzlich die Ausbildung einer Rezirkulationsregion im Bereich der Staupunktströmung zu beobachten.

Obwohl der Wärmeübergang von Prallstrahlen über mehrere Jahrzehnte intensiv erforscht worden ist, beschäftigen sich die meisten Studien lediglich mit Strömungen im Unterschallbereich, sodass die auftretenden Phänomene nur wenig bekannt sind [29]. Das Ziel dieser Arbeit ist es also, sowohl den Wärmestrom des Abgasstrahls auf die Wand für unterschiedliche Bodenabstände der Düse, als auch den Einfluss der Wandtemperatur unter Berücksichtigung der auftretenden Stoßstrukturen zu untersuchen und zu beschreiben. Mit Hilfe der Druckverteilung entlang der angeströmten Boden- bzw. Prallplatte sollen zusätzlich Rückschlüsse auf die Entstehung einer Rezirkulationsregion gezogen werden. Hierzu eignen sich vor allem numerische Betrachtungen, die, aufgrund ihrer geringen Kosten im Vergleich zu einem experimentellen Vorgehen und der hohen Temperaturen des Abgasstrahls, deutlich effizienter und einfacher zu realisieren sind.

Zu Beginn der Arbeit wird dabei ein genereller Überblick über die theoretischen und numerischen Grundlagen gegeben. Anschließend erfolgt eine Beschreibung des experimentellen Vorgehens und des numerischen Setups, sodass im Folgenden die Nachvollziehbarkeit der erzeugten Ergebnisse und deren Diskussion gewährleistet ist. Den Abschluss der Arbeit bildet ein Ausblick auf aufbauende Problemstellungen und weitere, mögliche Untersuchungen.

2. Grundlagen der Prallstrahl-Physik

Das nachfolgende Kapitel soll einen Überblick über die Grundlagen der Prallstrahl-Physik geben und eine Beschreibung der auftretenden Strömungscharakteristiken liefern. Da sich die meisten Studien zur Untersuchung des Wärmetransports in Prallstrahlanordnungen auf den Unterschall-Bereich fokussieren, stellt dies den Ausgangspunkt der Betrachtungen dar. Aufgrund der Strömungsgeschwindigkeiten von $M > 1$ (wobei M für die Mach-Zahl steht), in den durchgeführten Simulationen, treten jedoch Stoßstrukturen im Nahfeldbereich des Abgasstrahls auf, die für abnehmende Wandabstände auf den Boden übergehen. Durch die signifikante Veränderung des Strömungsbilds kann davon ausgegangen werden, dass die Stoßstrukturen einen wichtigen Einfluss auf den Wärmetransport innerhalb des Systems haben [29], so dass diese im Anschluss beschrieben und deren Entstehung aufgezeigt werden soll. Abschließend werden die Unterschiede zwischen Über- und Unterschallprallstrahlen verdeutlicht und wichtige Kenngrößen zur Beschreibung des Problems eingeführt. Bei allen Betrachtungen handelt es sich um stationäre, achsensymmetrische und einphasige Strömungen.

2.1. Charakteristiken der Unterschallprallstrahlen

Grundsätzlich kann die Strömung innerhalb von Unterschallprallstrahlanordnungen in drei verschiedene Teilbereiche, namentlich den Freistrah, die Stau- oder Stau-punktströmung und den Wandstrahl, mit unterschiedlichen Strömungscharakteristiken aufgeteilt werden. Die folgende Beschreibung richtet sich dabei vor allem nach den Prinzipien, die in R. G. Brakmann [3] und H. M. Hofmann [10] dargelegt werden. Zur Veranschaulichung der Problemstellung ist in Abb. 2.1 die Form eines entsprechenden Strahlsystems zu sehen.

Die Ausströmung des betrachteten Fluids erfolgt aus einer Düse mit dem Durchmesser D_{NE} . Für den Fall der einphasigen Strömungen befinden sich das ausströmende Fluid und das ruhende Umgebungsfluid im selben Aggregatzustand, wobei

2. Grundlagen der Prallstrahl-Physik

im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausschließlich gasförmige Anordnungen betrachtet werden. Durch diese Eigenschaft ist eine Vermischung der beiden Gase möglich, was vor allem im Bereich des **Freistrahls** innerhalb der Scherschicht erfolgt. Durch die Scherschicht kommt es zusätzlich zur Ausbildung von Ringwirbeln und Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten entlang der Strahlgrenze.

Aufgrund des erhöhten Massenstroms durch die Einmischung des Umgebungsfluids führt die Impulserhaltung zu einer Verringerung der Ge-

schwindigkeit im Randbereich des Strahls. Der **Kernstrahl** bleibt davon unbetroffen. Als Kernstrahl wird der Bereich der Strömung bezeichnet, in dem weiterhin die Austrittsbedingungen herrschen. Mit zunehmendem Abstand zur Düsenöffnung verringert sich jedoch dessen räumliche Ausbreitung, bis dieser bei 6-7 D_{NE} [3] stromab des Austrittsquerschnitts oder vor dem Auftreffen auf die Bodenplatte verschwindet und die Strömung in ein gaußförmiges Geschwindigkeitsprofil übergeht.

Im Bereich der **Staupunktströmung**, welcher etwa bei einem Bodenabstand von 1,2 D_{NE} [10] beginnt, wird das Fluid in axialer Richtung, parallel zum einlaufenden Strahl, durch die Gegenwart der Wand abgebremst. Im Staupunkt, der sich im Zentrum des radialen Strahlensystems befindet, trifft die eingehende Stromlinie senkrecht auf die Wand. Dadurch erfolgt eine maximale Verzögerung der Strömung und der statische Druck im Staupunkt steigt auf ein Maximum an. Dies führt wiederum zu einer Beschleunigung des Fluids in radialer Richtung (tangential zur Wand) und damit einer Umlenkung der Strömung. Die Beschleunigung hat einen stabilisierenden Einfluss auf den **Wandstrahl** und dessen Grenzschicht, sodass die Strömung für moderate Reynoldszahlen (Definition siehe Kap. 2.4 Formel 2.2) zunächst laminar verläuft. Das Geschwindigkeitsmaximum des Wandstrahls ist in einer Entfernung von ca. 1 D_{NE} zum Staupunkt zu finden. Zusätzlich dazu bilden sich in diesem Bereich des Strahlensystems eine Grenzschicht entlang der Bodenplatte und eine Scher-

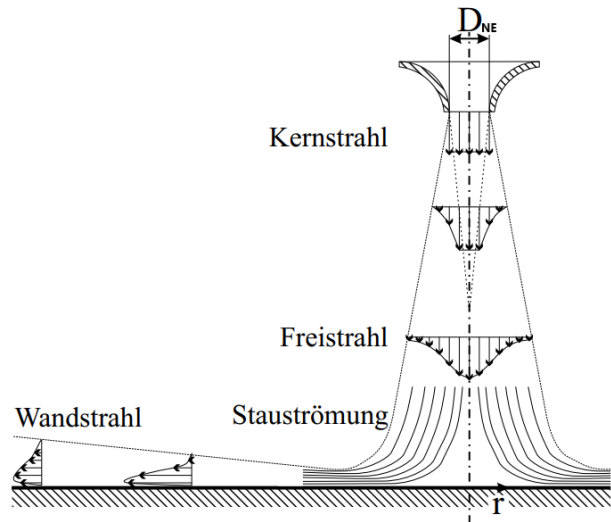


Abb. 2.1.: Unterschallprallstrahlsystems mit Kennzeichnung der Strömungsregionen. Entnommen aus H. M. Hofmann [10].

schicht zwischen Umgebungsfluid und strömendem Fluid aus. Beide Schichten wachsen entlang der beschleunigten Strömung an und führen zur Aufnahme von weiterem Umgebungsfluid. Dadurch wird die Strömung weiter abgebremst, bis schließlich ein Umschlag der laminaren Strömung erfolgt.

Für kleine Reynoldszahlen bildet sich im Bereich des Staupunkts ein Maximum für den Wärmetransport aus, welcher anschließend monoton abfällt. Gleiches gilt auch für Strömungen mit hohen Reynoldszahlen und einem ausreichend großen Abstand zwischen Prallplatte und Düsenaustritt. Wird diese Entfernung jedoch verringert, verschiebt sich das Maximum in radialer Richtung bis zu einem Punkt von etwa $1,5\text{-}2 D_{\text{NE}}$ [10]. Ursache dafür ist die Beschleunigung der Strömung im betrachteten Bereich durch die Ausbildung eines bodennahen Ringwirbels innerhalb des Wandstrahls. Nach R. G. Brakmann [3] hängt der Wärmetransport auf die Bodenplatte neben der Reynoldszahl und dem Düsenabstand zusätzlich von der Intensität der Turbulenz, der Düsengeometrie, der thermischen Randbedingung der Wand, dem Massenstrom und dem Geschwindigkeitsprofil des Strahls ab.

2.2. Der unterexpandierte Überschallfreistrah

Im Folgenden sollen ausschließlich Strahlanordnungen betrachtet werden, in denen die Austrittsgeschwindigkeit des Fluids höher ist, als die Schallgeschwindigkeit c . Als Grundlage für die geschilderten Charakteristiken und Strömungsphänomene dient dabei vor allem die Arbeit nach K. V. Klinkov [14], wobei sich die Untersuchungen im Speziellen auf die Betrachtung unterexpandierter Strömungen beschränken. Hierbei ist der Umgebungsdruck P_u deutlich kleiner, als der statische Druck innerhalb des Strahls und am Düsenausgang P_a . Die Düse wird als “nicht-angepasst” bezeichnet, wobei der Grad der Unterexpansion über das Unterexpansionsverhältnis definiert ist [29]:

$$U = \frac{P_a}{P_u} \quad \text{mit } U > 1. \quad (2.1)$$

Eine Visualisierung des Strahlsystems ist in Abbildung 2.2 gegeben.

Aufgrund der nicht idealen Expansion des ausströmenden Fluids kommt es zur Ausbildung eines **Expansionsfächers** an den äußeren Düsenrändern, bestehend aus mehreren, nach innen gerichteten Stoß- bzw. Expansionswellen. Beim Erreichen der Symmetrieachse werden diese regulär nach außen reflektiert. Zusätzlich dazu

2. Grundlagen der Prallstrahl-Physik

erfolgt eine Nachexpansion des Strahls, sodass sich dessen Querschnitt zunächst, bis zum Erreichen eines Maximums, erweitert und der Strahlrand eine negative Krümmung aufweist. Zwischen dem Strahlrand und dem ruhenden Umgebungsfluid bildet sich, aufgrund des hohen Gradienten in der Strömungsgeschwindigkeit, eine **Scherschicht** aus. Approximativ kann diese Scherschicht durch eine kontinuierliche Verteilung von infinitesimalen, tangentialen Unstetigkeiten dargestellt werden, welche im Englischen häufig als “slip lines” oder “slip surfaces” bezeichnet werden. Unter dem Begriff der Unstetigkeiten im Kontext der Strömungsmechanik werden Oberflächen zusammengefasst, an denen entscheidende Strömungsgrößen oder ihre Ableitungen einen Sprung aufweisen. Im Speziellen handelt es sich bei tangentialen Unstetigkeiten um Grenzflächen, an denen die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit verschwindet und somit kein Durchströmen der Oberfläche möglich ist. Dadurch kommt es zu einer Reflexion der Expansionswellen innerhalb der Strahlgrenzschicht als konvergierende Kompressionswellen, die nach ihrem Fokuspunkt in einen Schrägstoß übergehen, der als “**Düsenstoß**” bezeichnet wird.

Mit abnehmendem Abstand zur Symmetrieachse steigt die Stoßintensität immer weiter an, bis diese so hoch wird, dass eine reguläre Reflexion nicht mehr erfolgen kann. Somit kommt es zu einer irregulären Mach-Reflexion. Diese Stoßstruktur besteht aus einem einlaufenden σ_e , einem reflektierten σ_r und einem Haupt-Stoß σ_h , der durch die **Mach-Scheibe** gegeben ist. Im Schnittpunkt der Stöße bildet sich außerdem eine **tangentiale Unstetigkeit** τ aus, die sich in paralleler Richtung zur Strahlachse fortsetzt. Im Gegensatz zu den “slip surfaces” handelt es sich bei den ausgebildeten Stößen um normale Stoßstrukturen, bei denen das Fluid durch den Stoß hindurch propagieren kann. Während die Strömung durch die einlaufenden und reflektierten Stöße seine Überschallgeschwindigkeit beibehält und aufgrund ihrer gekrümmten Form in radialer Strahlrichtung abgelenkt wird, kommt es hinter dem zentrierten Haupt-Stoß zu einer Verzögerung der Strömung und einer Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit auf $M < 1$. Die Ablenkung des äußeren Strahls führt zu einer erneuten Expansion des Systems.

Hinter der Mach-Scheibe kommt es zwischen der tangentialen Unstetigkeit und dem Strahlrand zu einer Vermischung des Fluids und damit zu einem Impulstransfer in das Strahlinnere. Die Strömung wird erneut auf Überschallgeschwindigkeiten beschleunigt. Gleichzeitig treffen die reflektierten Stöße auf die äußere Scherschicht und verursachen dort die Entstehung weiterer, nach innen gerichteter Expansionswellen. Diese können wiederum miteinander interferieren und neue Stoßstrukturen formen.

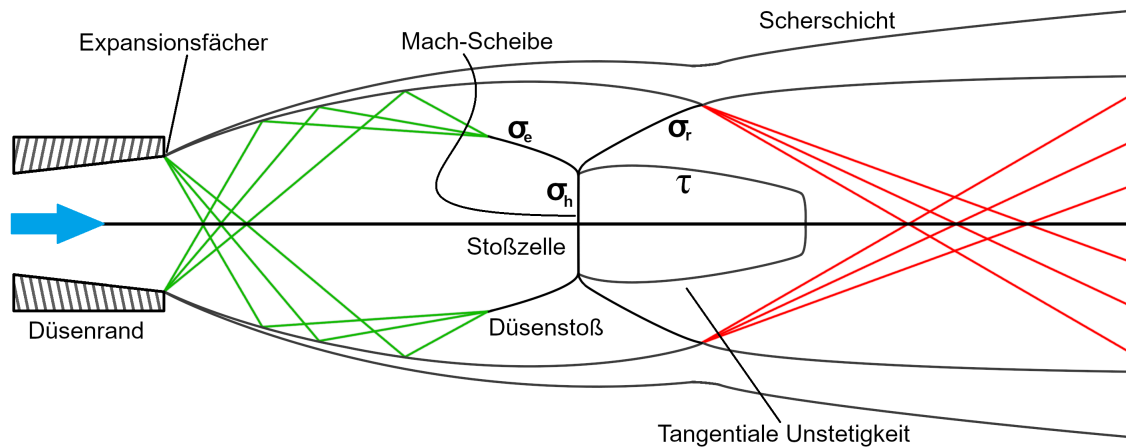


Abb. 2.2.: Schematische Skizze der Düsenausströmung eines unterexpandierten Überschallfreistrahls mit Visualisierung der Expansionswellen und der Erzeugung einer dreifachen Stoßstruktur, dessen Hauptstoß eine Mach-Scheibe darstellt. Die Grafik richtet sich nach den Darstellungen aus K.V. Klinkov [14] und M. Mehta et al. [17].

Damit kommt es zu einer periodischen Ausbildung von aufeinander folgenden Stößen, denen eine Wellenlänge λ_σ zugeschrieben werden kann. Der Bereich zwischen zwei aufeinander folgenden Mach-Scheiben wird dabei als **Stoß-Zelle** bezeichnet. Der beschriebene Prozess geht mit einer Verringerung des Strahlendrucks einher und kann solange ablaufen, bis dieser sich an den Umgebungsdruck angepasst hat und keine weiteren Stöße ausgebildet werden. Folglich hängt die Länge des Kernstrahls von dem Unterexpansionsverhältnis ab und die Intensität der Stöße verringert sich von Stoßzelle zu Stoßzelle.

Da für die vorgenommenen Simulationen lediglich eine Austrittsöffnung mit homogenen Randbedingungen verwendet worden ist, spielt die Strömung innerhalb einer Düsengeometrie eine untergeordnete Rolle, auf die nicht weiter eingegangen werden soll und die nicht relevant für die erzeugten Ergebnisse ist.

2.3. Charakteristiken der Überschallprallstrahlen

Unter Berücksichtigung der auftretenden Stoßstrukturen und Eigenschaften der Freistrahlen im Überschallbereich nach Kap. 2.2 behandelt dieser Abschnitt die resultierenden Strömungscharakteristiken im wandnahen Strahlgebiet. Hierbei werden für die verwendeten Zwecke ausschließlich Anstellwinkel von 90° betrachtet. Da nur ein Überblick über dieses Thema gegeben werden soll, hat das folgende Kapitel keinen

2. Grundlagen der Prallstrahl-Physik

Anspruch auf Vollständigkeit, sodass für eine ausführliche Beschreibung die Arbeiten nach K. V. Klinkov [14] und J. H. Gummer et al. [9] herangezogen werden können. Die nebenstehende Abbildung 2.3 liefert zusätzlich eine Visualisierung des betrachteten Strömungsproblems.

Ähnlich wie bei den betrachteten Unterschallprallstrahlen kann das Strömungsfeld in drei separate Teilgebiete aufgespalten werden. Diese werden äquivalent als Freistrah und Wandstrahl bezeichnet, während für die Staupunktströmung auch die Bezeichnung als Stoßschicht üblich ist. Die Strömung wird abermals durch die Gegenwart der Wand im Bereich des Staupunktes abgebremst, wobei für abnehmende Düsenabstände nun zusätzlich die Stoßstrukturen des Freistrahls auf den Boden übergehen und es zu einer komplexen Interaktion zwischen sub-, trans- und superso-

nischen Strömungsregionen kommt. Für diesen Fall bildet sich ein sogenannter **“Plattenstoß”** in einem Abstand stromaufwärts zum Boden aus. Ähnlich wie bei der Mach-Scheibe innerhalb des unterexpandierten Freistrahls handelt es sich dabei um einen normalen Stoß, sodass das Fluid zwar durch diesen hindurchströmen kann, dabei jedoch auf Unterschallgeschwindigkeiten abgebremst wird. Aufgrund des zunehmenden Drucks im Bereich der **Staupunktströmung** und einer erneuten radialen Expansion, erfolgt eine nach außen gerichtete Beschleunigung des Fluids in tangentialer Wandrichtung. Der Strahl kann anschließend wieder Überschallgeschwindigkeiten erreichen, sodass sich eine Linie mit konstanter Geschwindigkeit von $M = 1$ zwischen der Wand und dem eingehenden Strahl ausbildet, die als **“Schalllinie”** bezeichnet wird. Die Schalllinie schneidet den Plattenstoß im Bereich der Scherschicht des Freistrahls. Während sich die Schalllinie für kleine Strahl-Mach-Zahlen $M \approx 1$ in Richtung der

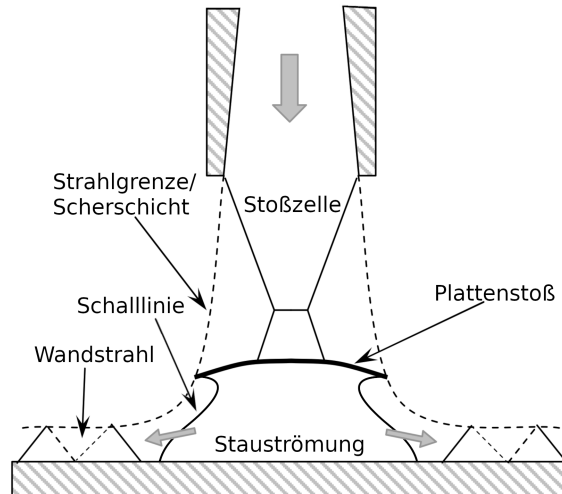


Abb. 2.3.: Überschallprallstrahlssystem mit Kennzeichnung der entsprechenden Strömungsregionen. Die Abbildung wurde aus [14] entnommen und den benötigten Anforderungen nach angepasst.

subsonischen Region ablöst, geht diese für hohe Mach-Zahlen in Richtung der supersonischen Strömungsregion ab.

Im Bereich des **Wandstrahls** bilden sich außerdem jeweils eine Grenzschicht entlang der Wand und eine Scherschicht zwischen dem Umgebungsfluid und der Strahlgrenze aus. Ursache dafür sind die Haftbedingung und hohen Gradienten in der Strömungsgeschwindigkeit. Durch den Druckausgleich zwischen äußerer Strahlschicht und dem Umgebungsfluid, bilden sich in der Nähe der Stoßregion Expansionswellen aus, die an den Scherschichten und der Schalllinie reflektiert werden und durch den Wandstrahl propagieren. Dies führt zum einen zu einer Beschleunigung des Wandstrahls und zum anderen zu einer Krümmung und Umlenkung der Strahlgrenzschicht. Die radiale Beschleunigung hat für hinreichend große Geschwindigkeiten und Strahldrücke ein erneutes Auftreten periodischer Stoßstrukturen zur Folge. Aufgrund des Wandinflusses und den auftretenden Reibungseffekten wird der Wandstrahl allmählich abgebremst, bis dieser vollständig in eine Unterschallströmung übergeht.

Eine weitere Eigenschaft der wandnahen Strömung kann über die Betrachtung des Druckverlaufs entlang der Wand bestimmt werden. Im Allgemeinen liegt das Maximum der Druckkurve im Staupunkt. Im Bodenbereich von etwa $0,5-1D_{NE}$, der proportional zu der Dicke des einlaufenden Strahls ist [14], kommt es zu einem signifikanten Abfall des Drucks, während es in der dahinter liegenden Strömung zu erneuten Maxima innerhalb des Drucks aufgrund der reflektierten Expansionswellen kommen kann. In einigen Fällen liegt das Maximum des Druckverlaufs nicht im Staupunkt, sondern etwas außerhalb. Dadurch ist der Druck innerhalb der Stoßschicht kleiner, als im Bereich der Schalllinie, sodass eine, nach innen gerichtete Beschleunigung, auftreten kann. Dies führt zur Ausbildung einer Rezirkulationsblase, in der es zur Verwirbelung der subsonischen Strömung kommt. Durch diese Rezirkulationsblase kann eine stromaufwärtige Verschiebung des Plattenstoßes erfolgen. Die Blase erstreckt sich dabei über einen Bodenbereich der mit dem 0,8-fachen des einlaufenden Strahldurchmessers [14] übereinstimmt. Bei der Entstehung der Rezirkulationsblase handelt es sich um eine offene Forschungsfrage, die bis jetzt noch nicht vollständig geklärt werden konnte. Die bisherigen Theorien legen jedoch nahe, dass der Ursprung in einer dreifachen Stoßstruktur zwischen dem Plattenstoß und den reflektierten Stößen innerhalb des einlaufenden Strahls liegt. Dadurch entsteht nach Kap. 2.2 eine tangentielle Unstetigkeit hinter dem Plattenstoß, wobei der Druck in den äußeren Regionen höher ist, als im Zentrum des Strahls.

2.4. Dimensionslose Kennzahlen

Zur verallgemeinerten Beschreibung des strömungsmechanischen Problems der Prallstrahlen werden dimensionslose Kennzahlen eingeführt, die charakteristische Eigenschaften der betrachteten Anordnung widerspiegeln. Diese Größen resultieren aus der Entdimensionalisierung der Erhaltungsgleichungen und ermöglichen die Anwendung der Ähnlichkeitstheorie der Strömungsmechanik, welche besagt, dass zwei Bezugssysteme, die in einem gewissen, festgelegten Verhältnis zueinander skaliert werden, ähnliche Eigenschaften in ihren Strömungsbedingungen und physikalischen Phänomenen aufweisen, wenn die charakteristischen Kennzahlen konstant bleiben [12]. Für die betrachtete Problemstellung wird dabei vor allem zwischen der *geometrischen* und der *dynamischen* Ähnlichkeit unterschieden.

Unter der geometrischen Ähnlichkeit versteht man, dass, aufgrund gleichbleibender Längen- und Größenverhältnisse, eine direkte Reskalierung zwischen zwei Bezugssystemen ermöglicht werden kann. Bei der Entdimensionalisierung wird hierbei eine charakteristische Länge festgelegt, die mit jeder anderen Längeneinheit der Anordnung in Beziehung gesetzt werden kann. Im Fall der Prallstrahl-Strömung handelt es sich bei dieser charakteristischen Länge typischerweise um den Düsenaustrittsdurchmesser D_{NE} [3, 29]. Als Folge dessen können die Koordinatenachsen in einer dimensionslosen Form x/D_{NE} , y/D_{NE} und z/D_{NE} dargestellt werden. Zusätzlich dazu wird der dimensionslose Abstand zwischen Düsenöffnung und Boden als $S = x_{NE}/D_{NE}$ definiert, wobei x_{NE} dem dimensionsbehafteten Düsenabstand entspricht.

Im Gegensatz dazu besagt das Prinzip der dynamischen Ähnlichkeit, dass das Verhältnis aller auftretenden Kräfte in den jeweiligen Bezugssystemen identisch sein muss, um gleichbleibende Strömungsbedingungen und -verhalten zu gewährleisten [12]. Aufgrund der hohen Strahlgeschwindigkeiten sind die Einflüsse der Schwerkraft vernachlässigbar klein, sodass lediglich die Trägheits- und Zähigkeitskräfte eine Rolle spielen. Das Verhältnis dieses Kräftepaars wird als Reynoldszahl definiert [3]:

$$Re = \frac{D_{NE} \cdot u_{Düse}}{\nu_{Düse}}. \quad (2.2)$$

Hierbei entspricht $u_{Düse}$ der Austrittsgeschwindigkeit des Fluids und $\nu_{Düse} = \frac{\mu}{\rho}$ der kinematischen Viskosität als Verhältnis der dynamischen Viskosität μ und der Dichte ρ im Austrittsquerschnitt der Düse. Für die betrachteten Testfälle liegt die Reynoldszahl in einem Bereich von $Re \approx 4,2 \times 10^6$. Nach R. G. Brakmann [3] handelt es sich somit um eine vollturbulente Strömung, da der Umschlag zwischen laminarer

und turbulenter Strömung im Fall der Prallstrahlen für einen Reynoldszahl-Bereich zwischen $1000 > \text{Re} > 3000$ erfolgt.

Der dimensionslose Wärmestrom zwischen einem Fluid und einer Wand, bei der es sich um die betrachtete Bodenplatte handelt, wird über die Nusselt-Zahl identifiziert [3, 29]:

$$\text{Nu} = \frac{h \cdot D_{\text{NE}}}{k_t}, \quad (2.3)$$

wobei k_t die thermische Leitfähigkeit des strömenden Fluids und h den lokalen Wärmetransportkoeffizienten beschreiben. Letzterer kann wiederum aus dem Quotienten des Wärmestroms pro Einheitsfläche q und der Differenz zwischen der Wand- bzw. Referenztemperatur T_{Wand} und der adiabatischen Wandtemperatur $T_{\text{ad. Wand}}$ berechnet werden [3, 29]:

$$h = \frac{q}{(T_{\text{Wand}} - T_{\text{ad. Wand}})}. \quad (2.4)$$

Zur Darstellung des Plattendrucks P_{Platte} entlang der Bodenplatte, wird dieser über den Umgebungsdruck normiert und hat somit die Form:

$$P_{\text{Boden}} = \frac{P_{\text{Platte}}}{P_u} \quad (2.5)$$

Abschließend wird die Mach-Zahl als die Normierung der lokalen Geschwindigkeit u über die Schallgeschwindigkeit c eingeführt:

$$\text{M} = \frac{u}{c}, \quad (2.6)$$

wobei die Schallgeschwindigkeit über die Dichte ρ und den Kompressibilitätskoeffizienten κ_K als [8]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho \kappa_K}} \quad (2.7)$$

berechnet werden kann.

3. Numerische Grundlagen von *TAU*

Für die zugrundeliegenden Simulationen der Bachelor-Arbeit wurde der DLR eigene *TAU*-Code in der Raumfahrt-Erweiterung verwendet. Hierbei handelt es sich um einen parallelen, dreidimensionalen CFD-Code, mit dessen Hilfe kompressible, viskose und nicht-viskose Strömungen im nahen Unterschallbereich bis hin zu Hyperschallgeschwindigkeiten ($M \geq 5$) simuliert werden können. Die Berechnungen finden dabei über die Erhaltungsgleichungen der Masse, des Impulses und der Energie (Kap. 3.1) auf einem unstrukturierten zwei- bzw. dreidimensionalen Netz mit unterschiedlichen Gitterzellen für die entsprechenden Strömungsbereiche statt. Aus diesem Grund eignet sich der *TAU*-Code auch für die Simulation von Düsenströmungen und Überschallprallstrahlen.

Zur parallelen Berechnung der Strömung wird eine “domain decomposition” vorgenommen, wobei die einzelnen Teilprozesse über das “Message Passing Interface” MPI miteinander kommunizieren und die benötigten Randbedingungen der anliegenden Gebiete übermittelt werden können. Das folgende Kapitel richtet sich in seinen fundamentalen Theorien und Prinzipien vor allem nach den Grundlagen die in der Arbeit von D. C. Wilcox [28] beschrieben und dargelegt werden.

3.1. Grundlegende Erhaltungsgleichungen

Da vor allem vollturbulente Strömungen mit sehr hohen Reynoldszahlen betrachtet werden, sind direkte numerische Simulationen der Navier-Stokes-Gleichung (DNS) aufgrund des ungemein hohen Rechenaufwands nicht geeignet. Aus diesem Grund werden die Reynolds- bzw. Favre- gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen verwendet die, neben Reynoldsspannungsmodellen (RSM), “Detached Eddy Simulations” (DES) und “Large Eddy Simulations” (LES), in *TAU* implementiert sind [20]. Äquivalent zu den DNS-Routinen ist der benötigte Rechenaufwand der RSM-, DES- und LES-Simulationen zu hoch für die verwendeten Zwecke, sodass diese nicht weiter betrachtet werden.

3. Numerische Grundlagen von TAU

Der Ansatz nach Reynolds entspricht einer zeitgemittelten Form der Navier-Stokes-Gleichungen und beruht dabei auf der Annahme, dass es sich bei der Turbulenz um scheinbar zufällige Fluktuationen von Strömungsgrößen um die Hauptströmungsrichtung handelt und diese somit in einen Mittelwert $\overline{U}_i(\mathbf{x})$ und einen Fluktuationsanteil $u'_i(\mathbf{x}, t)$ aufgeteilt werden können. Infolgedessen lässt sich die augenblickliche Strömungsgröße als Superposition der Mittelwerte und der Fluktuationen darstellen [28]:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \overline{U}_i(\mathbf{x}) + u'_i(\mathbf{x}, t) \quad (3.1)$$

wobei der zeitliche Mittelwert definiert ist als [28]:

$$\overline{U}_i(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T_M} \int_t^{t+T} u_i(\mathbf{x}, t) dt. \quad (3.2)$$

Zeitlich gemittelte Größen werden dabei mit einem Überstrich gekennzeichnet. Für reale Strömungen wird anstelle des Grenzwertes gegen Unendlich lediglich eine Zeit T_M gewählt, die deutlich größer ist, als das maximale Zeitintervall der Fluktuationen. Die zeitliche Mittelung der gemittelten Strömungsgröße ergibt trivialerweise sich selbst, während die Fluktuationen sich herausmitteln.

Bei der Betrachtung von kompressiblen Strömungen müssen, zusätzlich zu den Fluktuationen der Geschwindigkeit und des Druckes, die Fluktuationen der Temperatur und Dichte betrachtet werden. Eine Vereinfachung stellt dabei die Favre-Methode dar, die neben der zeitlichen Mittelung der Navier-Stokes Gleichung zusätzlich eine Mittelung der Strömungsgrößen über die Masse: $\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}}$ [5] einführt. Unter der Verwendung der oben beschriebenen Mittelungen weisen die zugrundeliegenden Erhaltungsgleichungen der Masse (Kontinuitätsgleichung), des Impulses (Navier-Stokes-Gleichungen) und der Energie in der Einstein'schen Summenkonvention schließlich die folgende Form auf [28]:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{t}_{ji} - \bar{\rho} R_{ij}] \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-q_{Lj} - q_{Tj} + \overline{t_{ji} u_i''} - \underbrace{\overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_i'' u_i''}}_1 \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{\tilde{u}_j \bar{t}_{ij}}_2 + \tilde{u}_j \bar{\rho} R_{ij} \right] \quad (3.5)$$

Aufgrund der Nichtlinearität der Navier-Stokes-Gleichungen ergibt sich aus deren Mittelung ein **zusätzlicher Term**, der eine scheinbare Spannung innerhalb der Strömung angibt $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ und als spezifischer Reynoldsspannungstensor bezeichnet wird. Aus Konsistenzgründen wurde dieser Term als R_{ij} anstelle der Bezeichnung nach Wilcox von τ_{ij} geschrieben. Die Größen ρ und u in den oben stehenden Gleichungen repräsentieren dabei die Dichte und die Geschwindigkeit entlang der Koordinatenachsen in der jeweils gemittelten Form, P stellt den Druck dar und t_{ij} gibt die Beziehung zwischen der Spannungs- und Dehnungsrate eines Newton'schen Fluids an. Die totale Energie und Enthalpie sind durch die Größen $E = \tilde{e} + \frac{1}{2}\tilde{u}_i\tilde{u}_i + k$ [28] und $H = \tilde{h} + \frac{1}{2}\tilde{u}_i\tilde{u}_i + k$ [28] gegeben, wobei \tilde{e} der spezifischen inneren Energie und \tilde{h} der spezifischen Enthalpie entsprechen (jeweils in der Favre-gemittelten Form). Der turbulente Wärmetransport ist durch die Größe $q_{T_j} = \overline{\rho u''_j h''}$ gegeben, während q_{L_i} den gemittelten Wärmestromvektor darstellt. Abschließend erhält man aus der Kombination der beiden Terme 1 und 2 in Gleichung (3.5) die Diffusion der turbulenten kinetischen Energie k .

Zusätzlich zu den Transport-/ Erhaltungsgleichungen wird als thermische Zustandsgleichung die ideale Gasgleichung in der Favre-Mittelung verwendet [28]:

$$P = \bar{\rho} R \tilde{T} \quad (3.6)$$

mit R der idealen Gaskonstante und T der Temperatur.

Die Reynolds- bzw. Favre-Mittelung führt auf ein Schließungsproblem für den Reynoldsspannungstensor, sodass dieser mit Hilfe von geeigneten Modellen und einer ausreichenden Anzahl an Gleichungen berechnet und identifiziert werden muss.

3.2. Turbulenzmodellierung

Die Simulation der Turbulenz erfolgt über verschiedene Turbulenzmodelle, deren Ziel es ist, den Reynoldsspannungstensor in den RANS-Gleichungen mit Hilfe von bekannten Strömungsgrößen zu berechnen. Aufgrund der Effizienz und geringen Rechendauer werden im Folgenden vor allem die linearen Wirbelviskositätsmodelle nach Spalart-Allmaras und Wilcox in der ursprünglichen und modifizierten Form verwendet.

Grundlage für die Modelle ist hierbei jeweils die Bestimmung des Reynoldsspan-

3. Numerische Grundlagen von TAU

nungstensors über die Annahme nach Boussinesq [2, 28]:

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}, \quad (3.7)$$

wobei $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ den Deformationstensor [24], k die turbulente kinetische Energie und $\nu_T = \frac{\mu_T}{\rho}$ die entsprechende Wirbelviskosität repräsentieren.

3.2.1. Spalart-Allmaras Turbulenzmodelle

Der Ansatz nach Spalart-Allmaras [24] entspricht einem Eingleichungsturbulenzmodell, sodass neben den Erhaltungsgleichungen der Masse, des Impulses und der Energie aus Kap. 3.1 lediglich eine weitere Gleichung zur Bestimmung der kinematischen Wirbelviskosität benötigt und k vernachlässigt wird. Damit vereinfacht sich nach [24] die Annahme von Boussinesq auf den ersten Teil der Gleichung.

Im Gegensatz zu anderen Eingleichungsmodellen reichen die gegebenen Rand- und Anfangsbedingungen aus, um die Turbulenz zu beschreiben, sodass keine turbulente Längenskala festgelegt werden muss und es sich um ein vollständiges Turbulenzmodell handelt. Um die Transportgleichung aufzustellen, wird die Größe der “SA-Viskosität” $\tilde{\nu} = \frac{\nu_T}{f_{v1}}$ [28] eingeführt, wobei es sich bei f_{v1} um eine Dämpfungsfunktion in der folgenden Form handelt [28]:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}} \quad (3.8)$$

Hierbei gibt χ das Verhältnis der SA-Viskosität zur gemittelten kinematischen Viskosität $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$ [28] an und ist damit abhängig von der turbulenten Reynoldszahl, während $c_{v1} = 7.1$ einem empirischem Schließungskoeffizient entspricht. Mit Hilfe dieser Zusammenhänge lässt sich die Transportgleichung für die Wirbelviskosität darstellen als [28]:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = \underbrace{c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}}_P - \underbrace{c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2}_D + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right]}_{\tilde{D}} + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k}. \quad (3.9)$$

Dabei ist P der Produktions-, \tilde{D} der Diffusions- und D der Dissipationsterm der “SA-Viskosität”, wobei d den Abstand zur nächsten Oberfläche darstellt. Die zusätzlichen Schließungskoeffizienten c_{b1} , c_{b2} , c_{w1} , σ und Hilfsgleichungen f_{v1} , f_w entsprechen empirischen Größen und Relationen, die im Entwicklungsprozess des Verfahrens so an-

gepasst worden sind, dass die Transportgleichungen der Strömung möglichst genau beschrieben werden. Die exakten Werte dieser Koeffizienten können der Literatur [28] entnommen werden. Außerdem kann in einigen Modellversionen ein Übergangsfaktor in die Transportgleichung eingebunden werden, der die Turbulenzerscheinungen in den laminaren Strömungsschichten unterdrückt, was unter Umständen jedoch zu einem pseudolaminaren Strömungsbild führen kann.

Durch die Verwendung einer einzelnen Transportgleichung für die kinematische Wirbelviskosität stellen die SA-Modelle ein robustes und einfach zu implementierendes Turbulenzmodell dar, das im Vergleich zu anderen Modellen sehr stabil und effizient in der Rechenzeit ist.

3.2.2. Zweigleichungs k - ω -Modelle

Genau wie bei der Methode nach Spalart-Allmaras handelt es sich bei den k - ω -Modellen um vollständige Turbulenzmodelle. Den Ausgangspunkt für die Betrachtung dieser Modelle bildet wieder die Wirbelviskosität ν_T , die, aufgrund ihrer Dimensionalität, aus dem Verhältnis einer turbulenten Zeit und Länge dargestellt werden kann [22]:

$$\nu_T \propto \frac{L_T^2}{T_T}. \quad (3.10)$$

Mit Hilfe der turbulenten kinetischen Energie k und deren Dissipationsrate ϵ lassen sich die beiden Größen ausdrücken als $L_T = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon}$ und $T_T = \frac{k}{\epsilon}$ [22]. Führt man abschließend dazu die spezifische Dissipationsrate ein [22]:

$$\omega = \frac{\epsilon}{\beta^* k}, \quad (3.11)$$

wobei $\beta^* = \frac{9}{100}$ einem Schließungskoeffizienten entspricht, so ergibt sich über die Gleichungen (3.10)/(3.11) eine alternative Definition der Wirbelviskosität in Abhängigkeit von der turbulenten kinetischen Energie k und der spezifischen Dissipationsrate ω [22, 28]:

$$\nu_T = \frac{k}{\omega}. \quad (3.12)$$

Damit lassen sich, anstelle einer einzelnen Transportgleichung zur Lösung des Schließungsproblems für die Annahme nach Boussinesq (Gleichung (3.7)), zwei Transportgleichungen aufstellen, die in Folge als k - und ω -Gleichung bezeichnet werden sollen. Für die turbulente kinetische Energie erhalten wir die k -Gleichung in der nachste-

3. Numerische Grundlagen von TAU

henden Form [28]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{R_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_P - \underbrace{\beta^* k \omega}_D + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{\tilde{D}}. \quad (3.13)$$

Hierbei gibt P den Produktionsterm der turbulenten kinetischen Energie aufgrund des Energietransfers der Strömung auf die Turbulenz, D den Dissipationsterm bzw. Umwandlung der kinetischen in thermische Energie und \tilde{D} den Diffusionsanteil aufgrund der Strömungsbedingungen an. Analog dazu ergibt sich die ω -Gleichung zur Bestimmung des Transports der spezifischen Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie [28]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} R_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \underbrace{\frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}}_Q + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]. \quad (3.14)$$

Den einzigen Unterschied stellt dabei der Querdiffusionsterm $Q = \frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$ dar, der die Sensitivität des Turbulenzmodells auf die Freistrahlabedingungen verringern soll. Die zusätzlichen Koeffizienten α , β , σ^* , σ und σ_d entsprechen wiederum Schließungskoeffizienten, die aus Wilcox [28] entnommen werden können. Es ist darauf zu achten, dass mit *TAU* unterschiedliche Varianten der k - ω -Turbulenzmodelle implementiert werden, die sich in den Schließungskoeffizienten unterscheiden können.

Durch die Verwendung der k - und ω -Gleichung ist es möglich, den Transport und die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie, die für das Auftreten der Wirbelviskosität verantwortlich ist, genauer zu beschreiben. Damit ergibt sich für das Verhältnis aus Gleichung (3.12) ein besser aufgelöster Wert als in der Methode nach Spalart-Allmaras, wodurch die Genauigkeit der Lösung der RANS-Gleichungen zunimmt. Auf der anderen Seite führt die zusätzliche Transportgleichung jedoch zu Stabilitätsproblemen und einer Zunahme der Rechenzeit. Hierdurch können außerdem unerwünschte Effekte auftreten, welche die Simulation und damit die Lösung negativ beeinflussen.

3.2.3. Diskretisierung

Zur Berechnung der RANS-Erhaltungsgleichungen wird eine Finite-Volumen-Methode als Diskretisierungsverfahren verwendet. Die berechneten Werte der Strömungsgrößen werden dabei über das Cell-Vertex-Verfahren auf den Knotenpunk-

ten des unstrukturierten Netzes gespeichert. Während die zeitliche Diskretisierung über ein implizites Euler-Verfahren ermöglicht werden kann, erfolgt die räumliche Diskretisierung über ein Upwind-Verfahren nach dem Schema [7]:

$$\frac{F_j^{n+1} - F_j^n}{\Delta t} + \frac{u(F_j^n - F_{j-1}^n)}{\Delta x} = 0 \quad (3.15)$$

wobei die bekannte Geschwindigkeit durch u (mit der Bedingung $u > 0$) gegeben ist und F eine skalare Größe darstellt. Stellt man diese Gleichung nach F_j^{n+1} um und definiert die CFL-Zahl als $C^* = u \frac{\Delta t}{\Delta x}$ [7], so erhält man den zu implementierenden Algorithmus in folgender Form [7]:

$$F_j^{n+1} = (1 - C^*) F_j^n - C^* F_{j-1}^n. \quad (3.16)$$

Dies entspricht einem Upwind-Verfahren erster Ordnung, wobei der Index n die diskretisierten Zeitschritte und j die räumlichen Gitterpunkte repräsentieren. Zur Flussberechnung durch die Oberflächen der Gitterzellen in den hier durchgeführten Betrachtungen wurde das AUSMDV-Verfahren nach Wada und Liou in Verbindung mit einer Gradientenrekonstruktion erster bzw. zweiter Ordnung verwendet [27].

3.3. Diskretisierung der Grenzschichtströmung

3.3.1. Logarithmisches Wandgesetz turbulenter Grenzschichten

Zur Beschreibung einer Strömung entlang undurchlässiger Wände kann mit Hilfe von Dimensionsbetrachtungen eine empirische Lösung hergeleitet werden, deren allgemeine Gültigkeit in unterschiedlichen Arbeiten, wie z.B. I. Marusic et al. [15], untersucht und bestätigt worden ist. Als Referenzgröße dient dabei der y^+ -Wert, der einem dimensionslosen Wandabstand entspricht und in seiner Definition äquivalent zu der Reynoldszahl ist [1, 21]:

$$y^+ = \frac{u_\tau \cdot y}{\nu}. \quad (3.17)$$

Hierbei repräsentieren y den normalen Wandabstand, ν die kinematische Viskosität und u_τ die Wandschubspannungsgeschwindigkeit. Letztere kann wiederum aus dem Quotienten der Wandschubspannung τ_W und der Dichte des Fluids ρ berechnet

3. Numerische Grundlagen von TAU

werden [21]:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}. \quad (3.18)$$

Da sich die Scherspannung in der Nähe der Wand mit zunehmendem Abstand nur leicht ändert, kann diese in erster Näherung als konstant angenommen werden und entspricht damit in einem festgelegten Bereich der Wandschubspannung.

Um eine dimensionslose Beschreibung zu gewährleisten, erfolgt eine Normierung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit über die Wandschubspannungsgeschwindigkeit [28]:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} \quad (3.19)$$

Nach der Einführung der entsprechenden Kennzahlen, soll nun auf die Entstehung des Geschwindigkeitsprofils in Wandnähe und die Herleitung des logarithmischen Wandgesetzes eingegangen werden.

Bei vernachlässigbaren Druckgradienten der Außenströmung ($\frac{\partial P}{\partial x_i} \approx 0$) sind die Trägheitskräfte des Fluids in unmittelbarer Wandnähe klein im Verhältnis zu den Zähigkeitskräften [28]. Durch den direkten Zusammenhang kommt es in diesem Bereich zu entsprechend kleinen Werten der Reynoldszahlen, wobei die wandnahe Strömung lediglich von den gegebenen Randbedingungen an der Wand abhängt. Somit kann eine universelle Funktion $f(y^+)$ zur Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes eingeführt werden [26, 28]:

$$U = u_\tau f(y^+) \quad (3.20)$$

Aufgrund der Haftbedingung verschwindet für $y = 0$ sowohl die mittlere Strömungsgeschwindigkeit, als auch deren Fluktuationen. Das Geschwindigkeitsprofil kann im Intervall $y^+ \in [0, 5]$ durch einen linearen Zusammenhang ausgedrückt werden [26]:

$$u^+ = y^+ \quad (3.21)$$

Der Gültigkeitsbereich dieser Aussage wird als viskose Unterschicht bezeichnet. Im Gegensatz dazu steht die Geschwindigkeit der äußeren Grenzschicht, die nach Clauser über die Formel [28]:

$$U = U_e - u_\tau g(\eta) \quad (3.22)$$

ausgedrückt werden kann. Hierbei gibt U_e die Geschwindigkeit am äußeren Rand der Grenzschicht und $g(\eta)$ eine dimensionslose Funktion in Abhängigkeit der dimensionslosen Länge $\eta = \frac{y}{\Delta}$ an. In diesem Fall handelt es sich bei Δ um die Dicke der äußeren Grenzschicht. Die äußere Grenzschicht wird als “Defect Layer” bezeichnet. Unter der Annahme, dass der Abstand zwischen viskoser Unterschicht und “Defect Layer” groß ($y^+ \gg 1$ und $\eta \ll 1$) ist, können die Formeln 3.20 und 3.22 gleichgesetzt werden. Dies resultiert in der Gleichheit von $f'(y^+)$ und $g'(\eta)$, was wiederum nur erfüllt ist, wenn beide Funktionen konstant sind. Empirische Untersuchungen liefern als Konstante $\frac{1}{\kappa}$, wobei $\kappa \approx 0,41$ [28] die Kármán Konstante ist. Die Integration von $f(y^+)$ liefert [28]:

$$f(y^+) = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (3.23)$$

mit $C \approx 5$ [28] als Integrationskonstante. Durch Einsetzen in Formel 3.20 erhalten wir das Geschwindigkeitsprofil in der Übergangsschicht von defect layer und viskoser Unterschicht als [28]:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C. \quad (3.24)$$

Damit kann die Grenzschichtströmung im Intervall $y^+ \in [0, 10^3]$ durch die Funktion:

$$f(y^+) = \begin{cases} y^+ & \text{für } y^+ \leq 5 \\ \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C & \text{für } 5 \leq y^+ \leq 10^3 \end{cases} \quad (3.25)$$

dargestellt werden.

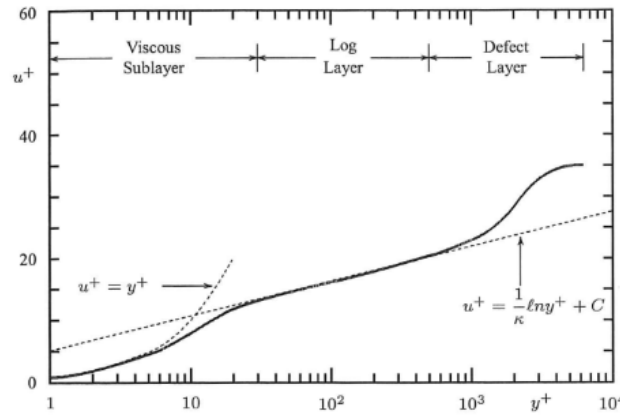


Abb. 3.1.: Dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil innerhalb der turbulenten Grenzschicht in Abhängigkeit von dem dimensionslosen Wandabstand y^+ nach D. C. Wilcox [28].

Aufgrund der beiden unterschiedlichen Abhängigkeiten von dem y^+ -Wert innerhalb der Funktion kommt es zu hohen Gradienten in der Strömungsgeschwindigkeit. Damit spielt der Wandeinfluss bei der Betrachtung turbulenter Strömungen eine übergeordnete Rolle, sodass eine hinreichend gute Auflösung in diesen Simulationsbereichen benötigt wird. Eine Visualisierung des Geschwindigkeitsprofils ist in Abb. (3.1) zu sehen.

3.3.2. Bedingungen an den dimensionslosen Wandabstand

Je nachdem welches Turbulenzmodell zur Simulation der Strömung verwendet wird und auf welche Art und Weise die wandnahen Strömungen berechnet werden, muss die entsprechende Größenordnung des y^+ -Werts gewählt bzw. erreicht werden. Aus Gleichung (3.17) können wir entnehmen, dass dieser Wert, abgesehen von den Strömungsgrößen, die durch die Randbedingungen festgelegt werden, lediglich von dem Wandabstand y abhängt. Somit folgt sofort, dass die Turbulenzmodelle eine unterschiedliche Netzauflösung in der Nähe von Wänden, bzw. alternative Diskretisierung der ersten Zellschichtdicke, benötigen.

Erfolgt die Simulation über direkte Berechnungen der wandnahen Strömungen, so muss die Auflösung des zugrundeliegenden Netzes an den Wänden sehr hoch sein, damit die ersten Gitterpunkte des Netzes in der viskosen Unterschicht liegen, um diese exakt darzustellen. Für Berechnungen dieser Art wird im Allgemeinen ein $y^+ \approx 1$ angenommen [5, 21].

Eine Alternative hierzu stellt die Verwendung von Wandfunktionen dar, welche als Ersatzmodelle zur Berechnung der laminaren Unterschicht mit den vorgegebenen Randbedingungen dienen. Somit erfolgen die direkten numerischen Berechnungen nur bis zum Beginn der laminaren Unterschicht, was einen höheren y^+ Wert [1, 21] der wandnahen Diskretisierung von $30 < y^+ < 300$ zur Folge hat.

In den vorliegenden Berechnungen wurden vor allem SA- und $k-\omega$ -Modelle zur Beschreibung der Strömung innerhalb der Prallstrahlanordnung ausgewählt, welche keine Wandfunktionen verwenden und damit die viskose Unterschicht auflösen. Aus diesem Grund sind für die Betrachtungen y^+ -Werte von ca. 1 erstrebenswert.

4. Numerisches Setup und Vorgehen

Im folgenden Kapitel sollen sowohl der Aufbau und die Geometrie des numerischen Simulationsgitters beschrieben und visualisiert, als auch die experimentelle Vorgehensweise dargelegt werden. Die Prozessdarstellung in Abb. 4.1 veranschaulicht dabei den generellen Ablauf.

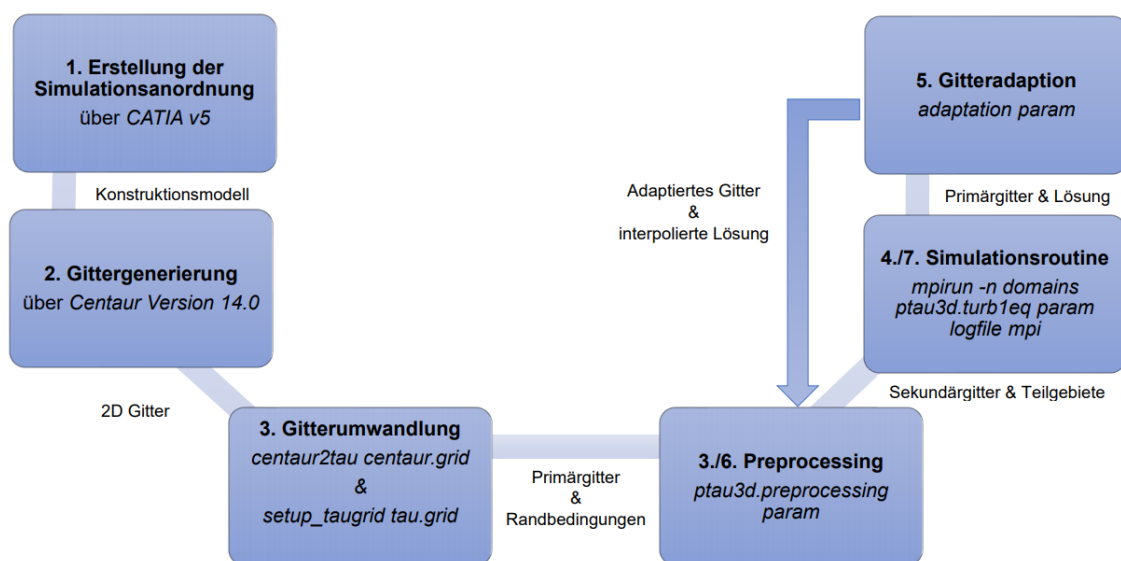


Abb. 4.1.: Ablaufdiagramm zur Initialisierung der Rechnungen. Hierbei sind innerhalb der Kästen die Prozessschritte dargestellt und an den Verbindungslinien die jeweiligen Produkte bzw. die benötigten Dateien für den nächsten Schritt. *centaur.grid* und *tau.grid* entsprechen wiederum den Bezeichnern der erzeugten Gitterdateien durch die Gittergenerierung und -umwandlung. Im Prozessschritt 4./7. steht *domains* stellvertretend für die Anzahl an verwendeten Prozessoren.

Zur Erstellung des zweidimensionalen Konstruktionsmodells wurde das CAD-Program *CATIA v5* [25] verwendet, während die Erzeugung des Gitters über das Vernetzer-Programm *Centaur Version 14.0* erfolgte [23]. Bei letzterem handelt es sich um ein Programm zur Generierung von unstrukturierten Netzen, mit dessen Hilfe die jeweiligen Volumenelemente der Gitterzellen für unterschiedliche Strömungsbereiche

4. Numerisches Setup und Vorgehen

festgelegt werden können. Um eine genauere Grenzschichtauflösung zu gewährleisten, werden dabei in der Nähe von Wänden semi-strukturierte Hexaeder- und Prismaschichten verwendet, während zur Ausfüllung des Raums Tetraeder dienen. Den Übergang zwischen strukturierten Schichten und Tetraedergebiet bilden Pyramiden, sodass keine Lücken innerhalb des Netzes entstehen [20].

Alle weiteren Prozessschritte erfolgen über Routinen, die in *TAU* implementiert sind.

4.1. Simulationsgitter und Randbedingungen

Um die Effizienz der unterschiedlichen Simulationen zu erhöhen und die Rechenzeit zu verringern, kann durch Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften des Strömungsfeldes der dreidimensionale Aufbau einer Düsenströmung mit variablem Wandabstand auf zwei Dimensionen verringert und damit der Simulationsbereich deutlich eingeschränkt werden. Grundlage dafür ist die Annahme, dass es sich um ein rotationssymmetrisches Problem handelt, wobei die Ausströmung der Düse entlang der Rotationsachse erfolgt. Diese ist im Folgenden über die X-Achse gegeben und stellt damit die vertikale Richtung des Aufbaus dar. Die horizontale Ebene ist über die Z-Richtung definiert, sodass die angestrahlte Bodenplatte entlang der Z-Achse verläuft. Damit fällt der Staupunkt der Strömung mit dem Koordinatenursprung zusammen. Der Austrittsdurchmesser der Düse, welcher nach Kap. 2.4 als Referenzlänge definiert ist, beträgt in allen Rechnungen $D_{\text{NE}} = 0,3\text{m}$. Anstelle einer ausmodellierten Düse wurde lediglich ein numerisches Einlassgebiet (NE) mit homogenen Austrittsbedingungen verwendet, wobei die Randbedingungen über das *NASA-Glenn Chemical Equilibrium Program CEA2* [16], entwickelt von B. McBride et. al, berechnet worden sind. Dazu wird in dem Programm ein konstanter Brennkammerdruck von 60 bar und ein Verbrennungsgemisch aus flüssigem Wasserstoff und Sauerstoff festgelegt. Desweiteren soll dem Verhältnis zwischen Brennkammer- und Austrittsdruck ein Wert von 8 zugeschrieben werden. Alle weiteren Ein- und Ausgabeparameter können dem Dokument aus Anhang A. entnommen werden.

Damit in den nachfolgenden Betrachtungen der Wärmetransport auf den Boden möglichst genau dargestellt werden kann, ist eine hohe Auflösung des Strahls zwingend notwendig. Um dies zu gewährleisten bietet Centaur unter anderem “Geometric Sources”, welche zur Verfeinerung der unterschiedlichen Zelltypen innerhalb des Gitters verwendet werden. Für den Nahfeldbereich des Strahls wird dabei ei-

ne trapezförmige Source-Region zwischen dem Austrittsquerschnitt der Düse und dem Auftreffgebiet am Boden $z/D_{\text{NE}} \in [0; 2]$ erstellt. Die Referenzlänge der Prisma- und Oberflächenelemente innerhalb der betrachteten Region liegt dabei im Intervall $[0, 01\bar{6}; 0, \overline{333}] \times D_{\text{NE}}$, wobei das Netz für kleiner werdende Abstände stärker verfeinert wird. Zusätzlich dazu erfolgt eine Verfeinerung des Fern- und Wandstrahlgebiets über eine dreieckige Source-Region, die an die Nahfeld-Verfeinerung anschließt und im Punkt $z/D_{\text{NE}} = 26, \overline{66}$ endet. Hierbei beträgt die entsprechende Referenzlänge für alle Abstände $0, 1 \times D_{\text{NE}}$.

Für die betrachtete Bodenplatte im Gebiet $z/D_{\text{NE}} \in [0; 500]$ wird ein isothermaler Wärmestrom festgelegt, einzige Ausnahme bilden dabei die Berechnungen der Referenztemperaturen, die zur Bestimmung der Nusselt-Zahl (Gl. 2.3) benötigt werden. Mit abnehmendem Wandabstand der Düse treffen die Stoßstrukturen im Nahfeldbereich des Strahls auf den Boden, sodass hier große Geschwindigkeiten und Dichten vorliegen. Da für die betrachteten Turbulenzmodelle ein y^+ -Wert von $y^+ \approx 1$ gefordert wird, und dieser Wert nach Gl. 3.17 direkt proportional zu den beiden Größen ist, muss eine stetige Verfeinerung des Netzes erfolgen. Aus diesem Grund liegt die erste Zellschichtdicke der Prismazellen im Bereich $[1, \bar{6} \times 10^{-6}; 3, \bar{3} \times 10^{-6}] \times D_{\text{NE}}$ für den Nahfeldbereich des Bodens und zwischen $[3, \bar{3} \times 10^{-6}; 3, \bar{3} \times 10^{-6}] \times D_{\text{NE}}$ für den Fernfeldbereich des Bodens, wobei die lokale Verfeinerung über “CAD-Sources” entlang der angeströmten Platte unter Berücksichtigung der vorliegenden Strömungsgrößen vorgenommen werden kann.

Zur Gewährleistung eines fließenden Übergangs in das Fernfeld wurde eine rückspringende Stufe mit der Randbedingung “nicht-viskose Wand” an dem Ende der Bodenplatte eingefügt, die als Euler-Stufe bezeichnet wird. In diesem Bereich gilt somit nicht die Haftbedingung. Um zusätzliche Rückströmungen und Verwirbelungen in den Nahfeldbereich der Anordnung zu verhindern, wurde das Übergangsgebiet zwischen Bodenplatte und Euler-Stufe abgerundet und sehr weit hinter den relevanten Strömungsbereich ($500 \times D_{\text{NE}}$) verschoben. Das abschließende Fernfeld besteht aus einem Kreisbogen mit einem Radius von etwa $2500 \times D_{\text{NE}}$ und schließt an die Symmetrieachse an. Die vorliegenden Netze werden anschließend über das Programm *centaur2tau* in ein von *TAU* lesbares Dateiformat umgewandelt. Zu diesem Zeitpunkt bestehen die Netze aus 148000 bis 170000 Knotenpunkten. Da *TAU* für zweidimensionale, rotationssymmetrische Fälle jedoch mit Keilausschnitten arbeitet, ist eine Anpassung der Anordnung über *setup_taugrid* nötig. Der Winkel des Ausschnitts wird dabei auf 1° festgelegt, während die erste Schichtdicke entlang

4. Numerisches Setup und Vorgehen

der Symmetrieachse in der Größenordnung $\epsilon^* \approx 1,0 \times 10^{-8}$ gewählt wird. Dadurch entstehen zwei zusätzliche, achsensymmetrische Keilebenen und die Anzahl an Knotenpunkten verdoppelt sich. Abschließend liegen als Ausgabe das Netz des generierten Keilausschnitts und eine Textdatei mit den Bezeichnern der Randbedingungen vor, welche mit den Werten aus Tab. 4.1 ausgefüllt wird. Zusätzlich dazu wird im Parameter-File, in dem die unterschiedlichen Spezifikationen der Simulationsroutine und der Gitteradaption beinhaltet sind, eine Referenz Mach-Zahl von 0,01 in Anströmrichtung entlang der X-Achse festgelegt. Das Unterexpansionsverhältnis der Düse wird auf $U = 3,5$ festgelegt.

Eine Visualisierung der beschriebenen Anordnung mit allen Randbedingungen und ihren Markern ist in Abb. 4.2 zu sehen. Die Bezeichner entsprechen dabei den verwendeten Formalien und Schaltern, die in *TAU* üblich sind.

Randbedingungen	Nozzle	Inlet	Symmetry Plane	Farfield
Marker	1	2	3	4
Type	viscous wall	dirichlet	symmetry plane	farfield
Subtype	turbulent	—	—	—
Mach number	—	2,041	—	0,01
Heatflux	isothermal	—	—	—
Temperature [K]	273,15	2977,49	—	300
Density [kg/m^3]	—	$5,09 \times 10^{-1}$	—	1,2

Randbedingungen	Euler	Ground	Axisymmetry Wedge Plane
Marker	5	6	7/8
Type	euler wall	viscous wall	axisymmetry Wedge Plane
Subtype	—	turbulent	—
Mach number	—	—	—
Heatflux	—	isothermal	—
Temperature [K]	—	273,15	—
Density [kg/m^3]	—	—	—

Tab. 4.1.: Standardmäßige Randbedingungen und Parameter des Simulationsgitters mit entsprechenden Bezeichnern (ohne Einheiten), die *TAU* bei der Initialisierung mitgegeben werden, sofern keine abweichenden Spezifikationen vorliegen.

4.1. Simulationsgitter und Randbedingungen

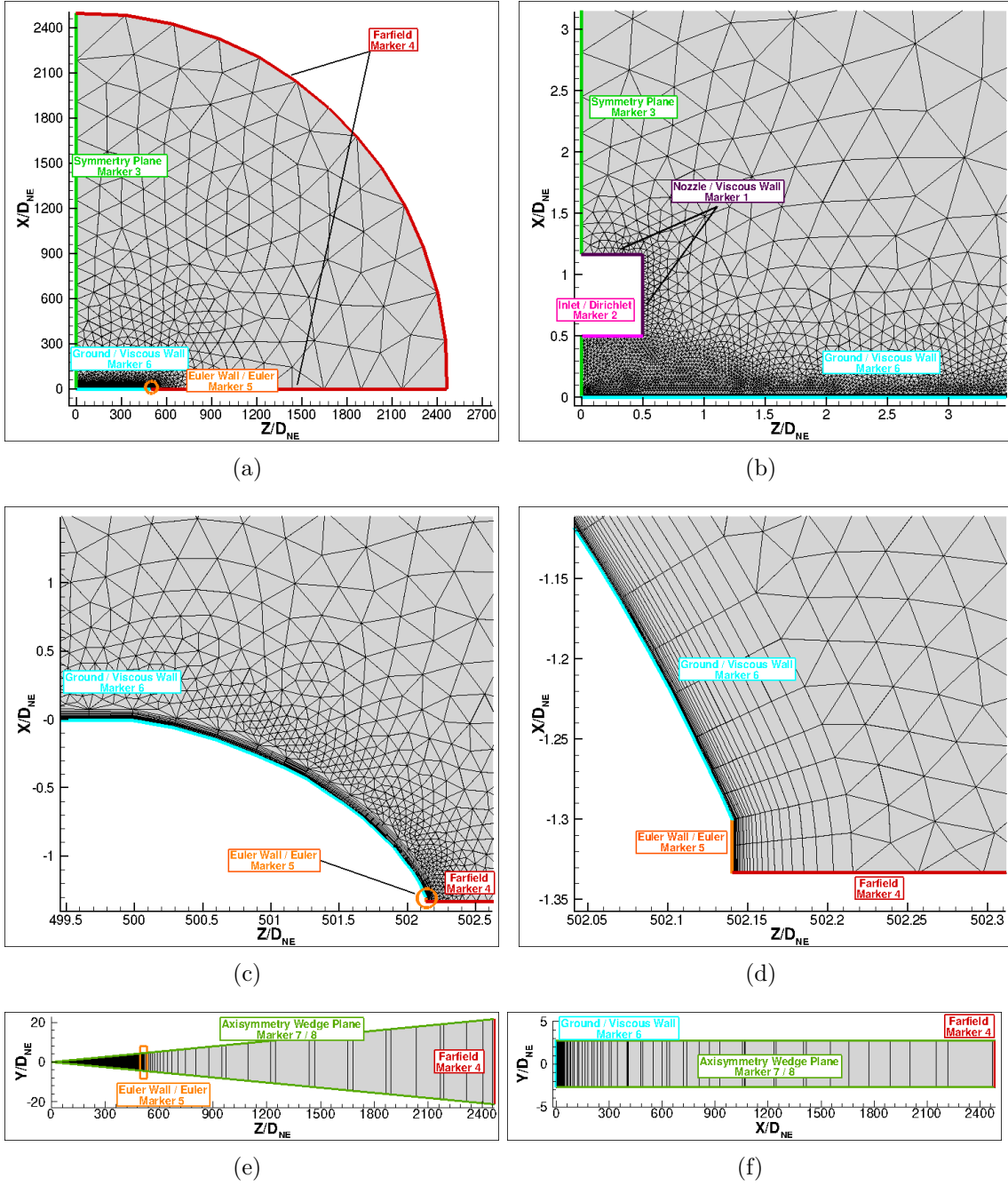


Abb. 4.2.: Visualisierung des Rechnetzes in dimensionslosen Koordinaten normiert über den Düsenaustrittsdurchmesser D_{NE} mit Angabe der vorliegenden Randbedingungen für den Fall $S = 0,5$; (a) Gesamtvisualisierung der Rechendomäne mit Anströmrichtung X/D_{NE} und Radialrichtung Z/D_{NE} ; (b) Nahansicht des verfeinerten Netzes im Bereich des Düsenaustritts; (c)/(d) Nahansicht des Übergangs zwischen Bodenplatte und Fernfeld mit genauerer Betrachtung der Euler-Stufe; (e) Seitenansicht der Bodenplatte und des Fernfeldes; (f) Extrahierte Scheibe bei $Z/D_{NE} \approx 310$ zur Visualisierung der achsensymmetrischen Keilebene mit entsprechenden Randbedingungen.

4.2. Preprocessing und Simulationsroutine

Die folgenden beiden Unterkapitel sollen einen kurzen Einblick in die verwendeten *TAU*-Routinen geben und richten sich daher vor allem nach den Grundlagen aus der technischen Dokumentation des DLR-*TAU*-Codes [5] und einer entsprechenden Zusammenfassung nach D. Schwamborn et al. [20].

Zur Initialisierung der Rechnungen muss im ersten Schritt das Preprocessing erfolgen. Innerhalb dieser Routine werden zunächst die Orientierungen der Oberflächen- und Volumenzellen des Gitters geprüft und falls nötig durch eine Umsortierung der Punktliste verändert. Anschließend erfolgt eine Speicherung der Verbindungsinformationen zwischen Punkten und Elementen bzw. Oberflächen in einem Array. Zur Identifizierung der Randbedingungen werden die Informationen aus der entsprechenden Text-Datei eingelesen und über den vorher definierten Marker mit dem Primärgitter in Verbindung gebracht, sodass abschließend ein Sekundärgitter mit allen notwendigen Parametern erzeugt wird. Die Lösungen der Strömungsgrößen werden über ein Cell-Vertex-Verfahren auf den Gitterpunkten des Primärgitters gespeichert, wobei deren Ortskoordinaten mit denen auf dem Sekundärgitter übereinstimmen. Während die Gitterpunkte im Primärgitter jedoch auf den Ecken der Volumenelemente liegen, stellen diese im Sekundärgitter die Mittelpunkte der Zellen dar.

Im Folgenden wird ein Multigrid-Verfahren verwendet, um eine schnellere Konvergenz des Strömungsproblems zu erreichen. Das feine Gitter besteht dabei aus den Volumenelementen des Sekundärgitters, während weitere, grobe Gitter aus der Fusionierung von Sekundärgitterzellen erzeugt werden. Durch die Verwendung eines Multigrids finden die Berechnungen abwechselnd auf den feinen und groben Gittern statt, wobei in diesem Fall eine zyklische Rotation durchlaufen wird und nach jedem Wechsel ein Relaxationsschritt erfolgen muss.

Zur parallelen Berechnung der Strömung wird das Rechengebiet im Preprocessing-Schritt über eine “domain decomposition”-Methode in 4 bis 12 Unterdomänen aufgeteilt, die jeweils auf einem eigenen Prozessor berechnet werden und über MPI miteinander kommunizieren. Dabei werden durch die gegebenen Verbindungsinformationen eventuelle Nachbarpunkte in angrenzenden Unterdomänen identifiziert und die benötigten Daten übermittelt, wobei für effiziente Rechnungen die Kommunikation auf ein Minimum beschränkt werden soll.

Die eigentliche Simulationsroutine arbeitet mit den Erhaltungsgleichungen und be-

schriebenen Algorithmen aus Kap. 3, sodass die Rechnungen zunächst auf einem Multigrid (*3w_full-Cycle* in *TAU*) mit einem Upwind-Verfahren erster Ordnung und einer CFL-Zahl von 0,8 gestartet werden. Nach dem Erreichen einer stationären Lösung wird die Ordnung des Flow-Solver auf den Grad 2 erhöht und die CFL-Zahl auf 0,4 verringert, um die Robustheit und Stabilität des Verfahrens zu gewährleisten. Dadurch bilden sich die erwarteten Stoßstrukturen der Prallstrahlen aus, die mit einem Verfahren erster Ordnung nicht richtig dargestellt werden.

Nach einigen tausend Iterationsschritten erfolgt die Ersetzung des Multigrid-Schritts durch die alleinige Verwendung des Sekundärgitters. Erreicht die Lösung des Problems erneut den stationären Zustand, so kann mit der Gitteradaption fortgefahren werden.

4.3. Gitteradaption

Neben der generellen Gitter-Verfeinerung eines festgelegten Bereiches durch ähnliche und in etwa gleich große Zellelemente in *Centaur* bietet *TAU* die zusätzliche Möglichkeit der Gitteradaption. Im Folgenden erfolgt eine Beschreibung dieser Methodik, wobei ein adaptiertes Gitter für den Fall $S = 0,5$ in Abb. 4.3 zu sehen ist.

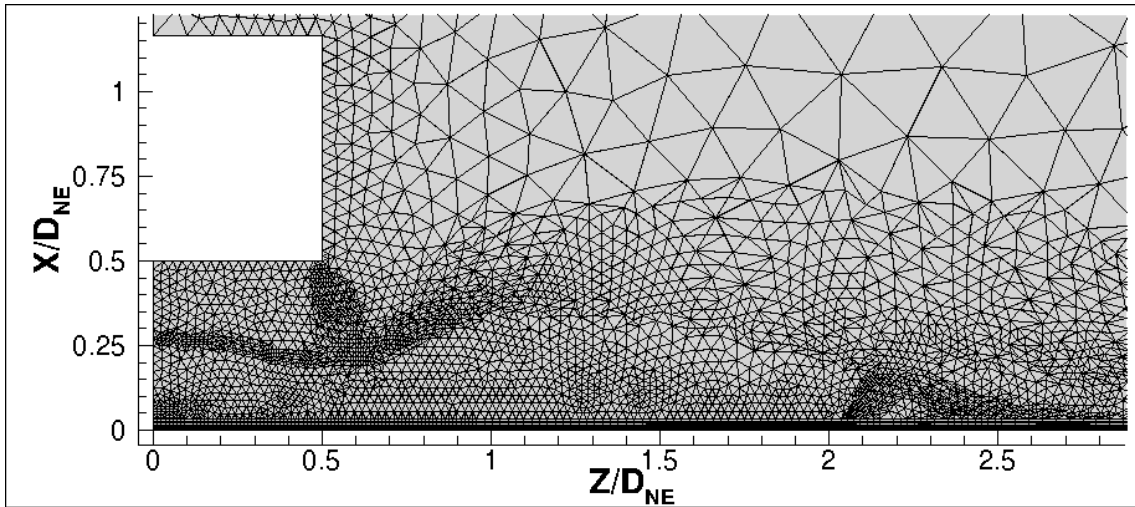


Abb. 4.3.: Adaptiertes Gitter im Bereich des Nahfeld-Wandstrahls um den Stau-
punkt für den Fall $S = 0,5$

Durch die Gitteradaption ist eine effiziente, lokale Verfeinerungs-Methode des numerischen Gitters in den relevanten Strömungsbereichen gegeben. Durch die Vermeidung einer globalen Gitterverfeinerung kann damit die benötigte Rechenzeit deut-

4. Numerisches Setup und Vorgehen

lich verkürzt und die Effizienz der Simulationen erhöht werden. Als Input-Parameter benötigt das Adaption-Programm das primäre Simulationsgitter und eine dazugehörige Lösung. Zusätzlich dazu müssen Adaption-Indikatoren identifiziert werden, die zur Bestimmung des relevanten Strömungsbereiches herangezogen werden und typischerweise durch die Gradienten ausgewählter Strömungsgrößen gegeben sind. Da vor allem eine hohe Auflösung der Stoßregionen innerhalb der Prallstrahlen gewährleistet werden soll und es in diesen Bereichen zu hohen Gradienten der Mach-Zahl und des Totaldrucks kommt, werden besagte Parameter als Indikatoren verwendet.

Um eine Erzeugung weiterer Gitterpunkte zu ermöglichen, werden die bestehenden Gitterkanten nach festgelegten Regeln halbiert und die neuen Koordinaten der zusätzlichen Gitterpunkte berechnet. Durch das Einziehen geeigneter Verbindungslinien wird die Generierung des konformen Gitters abgeschlossen und anschließend die ursprüngliche Lösung linear auf das neue Gitter interpoliert. Das Gebiet, in dem die Gitteradaption erfolgen soll, wird im Parameter-File über die Ortskoordinaten der Gitterpunkte beschränkt und an die auftretenden Stoßstrukturen der jeweiligen Anordnung angepasst. Für den Fall $S = 0,5$ ist das Verfeinerungsgebiet über die Intervalle $x/D_{NE} \in [0; 0,5]$ und $z/D_{NE} \in [0; 15,8\bar{3}]$ vollständig bestimmt. Die Anzahl an neuen Gitterpunkten beträgt dabei für alle Anordnungen 15%.

Eine Besonderheit stellt die Verfeinerung der semi-strukturierten Schichten dar. Für den Fall, dass die y^+ -Werte die, nach Kap. 3.3.2 geforderte Größenordnung überschreiten, kann im Parameter-File der benötigte y^+ -Wert hinterlegt werden, sodass eine Umverteilung der Punkte innerhalb der Hexaeder-Schicht erfolgt. Dadurch wird die generelle Struktur der Schicht beibehalten, ohne weitere Punkte zu generieren. Nach der Gitteradaption ist ein wiederholtes Ausführen des Preprocessing-Schritts, aufgrund der Erstellung eines neuen Primärgitters, notwendig. Anschließend kann die Simulationsroutine über den üblichen Funktionsaufruf fortgesetzt werden.

4.4. GCI und Netzkonvergenzstudie

Da es sich bei den Erhaltungsgleichungen aus Kap. 3.1 um kontinuierliche Gleichungen handelt, die über das Verfahren nach Kap. 3.2.3 diskretisiert bzw. näherungsweise berechnet werden, ist die Lösung auf dem jeweiligen Netz abhängig von den Abständen der Gitterpunkte Δx . Hierdurch entsteht ein Diskretisierungsfehler, welcher die Differenz zwischen der exakten Lösung des Problems $y(x_{i+1})$ und der

Lösung des numerischen Verfahrens y_{i+1} am Gitterpunkt x_{i+1} angibt [18]:

$$\epsilon_{i+1} = y(x_{i+1}) - y_{i+1}. \quad (4.1)$$

Aufgrund der Abhängigkeit des Diskretisierungsfehlers von den Abständen der Gitterpunkte, kann dieser für eine ansteigende Anzahl an Punkten verringert und die Strömung damit besser aufgelöst werden. Ziel des numerischen Verfahrens ist ein konvergentes Verhalten des numerisch berechneten Wertes an den exakten Wert, sodass ab einem bestimmten Punkt eine weitere Verfeinerung des Netzes keinen relevanten Einfluss mehr auf die Genauigkeit der Lösung hat. Hierzu muss sowohl der Diskretisierungsfehler abnehmen, als auch die Stabilität des implementierten Algorithmus gewährleistet sein. Um Ersteres zu erreichen und ein hinreichend gutes Gitter zu erzeugen, werden sogenannte Netzverfeinerungs- bzw. Netzkonvergenzstudien durchgeführt, die die numerische Unsicherheit der Lösungen widerspiegeln. Als ein allgemeines Vorgehen für vergleichbare Resultate, schlug P. J. Roach in seinem Paper von 1994 [19] als einheitliches Standardmaß den Grid Convergence Index (GCI) vor. Mit der Aufnahme des GCI in die allgemeine Vorgehensweise zur Berechnung von Diskretisierungsfehlern in CFD-Anwendungen der “American Society of Mechanical Engineering” (kurz ASME), wurde dies zum internationalen Standard und stellt damit eine essentielle Betrachtung des zugrundeliegenden Gitters dar. Falls nicht anders angegeben, richtet sich die Theorie (samt Gleichungen) in diesem Kapitel nach dem ASME-Standard [4].

Für die Betrachtung des unstrukturierten Gitters werden die Volumina der Gitterzellen im ersten Schritt als Kugeln approximiert, um eine grobe Berechnung des GCI vornehmen zu können. Als spezifische Länge wird damit der Radius der Kugel h^* gewählt, der über die nachstehende Formel berechnet werden kann:

$$h^* = \left[\frac{3}{4\pi N} \sum_{i=1}^N \Delta V_i \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (4.2)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Zellen und V_i dem Volumen der einzelnen Zellen. Für zweidimensionale Netze kann analog über den Flächeninhalt vorgegangen werden.

Um anschließend die Konvergenz der Lösung zu betrachten, werden drei verschiedenen feine Netze zur Untersuchung herangezogen. Wichtig ist dabei die Größe des

4. Numerisches Setup und Vorgehen

Verfeinerungsfaktors:

$$r_{\text{grob,fein}} = \frac{h_{\text{grob}}^*}{h_{\text{fein}}^*}, \quad (4.3)$$

der durch die jeweils gemittelten Radien (Gl. 4.2) berechnet wird. Dieser Wert soll dabei groß genug sein, um signifikante Unterschiede in den Netzen hervorzuheben. Die ASME schlägt aufgrund von Erfahrungswerten einen Verfeinerungsfaktor von 1,3 vor.

Da sich der GCI aus der Richardson Extrapolation herleitet und die Ordnung der Extrapolation in die Berechnung mit einfließt, muss die scheinbare Ordnung des Verfahrens iterativ über nachfolgende Formel berechnet werden:

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \cdot \left| \ln \left(\left| \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right| \right) + q(p) \right|. \quad (4.4)$$

Hierbei stellt $\epsilon_{21} = \Phi_2 - \Phi_1$ die Differenz einer Strömungsgröße auf den jeweiligen Netzen dar, mit der wichtige Aussagen über die Form der Strömung getroffen werden können (entsprechend ϵ_{32}). Der Faktor $q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right)$ entspricht einer Verbesserung bei ungleichmäßiger Verfeinerung des Netzes und s hat den Betrag 1 mit dem Vorzeichen des Quotienten aus den beiden Differenzen ϵ . Wichtig zu erwähnen ist, dass es für den Fall $\frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} < 0$ zu einem oszillierenden Verhalten der Ordnung p kommt und damit keine Konvergenz erreicht wird. Da somit keine sinnvollen Berechnungen der Ordnung und der Fehler möglich sind, stellen diese Punkte kritische Stellen dar, die auf der einen Seite nicht konvergent sein können oder, für kleine ϵ -Werte in seltenen Fällen, das "Erreichen" des exakten Wertes darstellen. Aus diesem Grund soll die Häufigkeit des nicht-konvergenten Verhaltens in Prozent angegeben werden.

Über die Lösung der Strömungsgrößen auf zwei Netzen kann im Anschluss ein extrapolierte Wert berechnet werden, der für die Berechnung des extrapolierten Fehlers benötigt wird. Die Vorschrift hat dabei die Form:

$$\Phi_{\text{ext}}^{21} = \frac{r_{21}^p \Phi_1 - \Phi_2}{r_{21}^p - 1}. \quad (4.5)$$

Um schließlich die Unsicherheit des Netzes zu dokumentieren, werden der relative Fehler der Strömungsgrößen auf den Netzen e_a^{21} , der extrapolierte Fehler e_{ext}^{21} , die scheinbare Ordnung der Extrapolation p und der GCI berechnet bzw. angegeben:

$$e_a^{21} = \left| \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_1} \right|; \quad e_{\text{ext}}^{21} = \left| \frac{\Phi_{\text{ext}}^{21} - \Phi_2}{\Phi_{\text{ext}}^{21}} \right|; \quad \text{GCI}_{\text{fein}}^{21} = \frac{1,25 \cdot e_a^{21}}{r_{21}^p - 1}. \quad (4.6)$$

Äquivalent kann für die Extrapolation und Berechnung über das grobe und mittlere Gitter vorgegangen werden.

4.5. Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie

Um die Berechnung des GCI vornehmen zu können, wurde das Primärgitter aus Kap. 4.1 nach den Vorgaben der ASME jeweils um den Faktor 1,29 vergrößert bzw. um den Faktor 1,31 verfeinert, sodass 3 unterschiedliche Simulationsnetze mit $N_{\text{fein}} = 744992$, $N_{\text{medium}} = 330850$, $N_{\text{grob}} = 152994$ Gitterzellen zur Ermittlung der Strömungsgrößen vorliegen. Es wurde darauf geachtet, dass die erste Zellschichtdicke entlang der Wand für alle Netze den Anforderungen an den y^+ -Wert aus Kap. 3.3.2 von etwa 1 genügt. Als Referenzgröße zur Ermittlung des GCI dient der Wärmestrom entlang der angestrahlten Bodenplatte. Die Auswertung der Netzkonvergenzstudie erfolgt über das Python-Skript aus Anhang D, dessen Ergebnisse in Tab. 4.2 und Fig. 4.4 dargestellt sind.

Innerhalb des Python-Skripts werden die Gitter-Dateien und die dazugehörigen Lösungen eingelesen, um die Verfeinerungsfaktoren zu berechnen. Anschließend wird die Wärmestromverteilung der beiden feinen Netze linear auf das grobe Gitter interpoliert, um die Ergebnisse in den entsprechenden Punkten miteinander vergleichen zu können. Dabei erfolgt die GCI-Berechnung auf zwei unterschiedlichen Gitterausschnitten. Zum einen wird lediglich der Nahfeldbereich der Wärmestromverteilung im Intervall $z/D_{\text{NE}} \in [0; 10]$ betrachtet (im Folgenden als Fall 1 bezeichnet) und zum anderen erfolgt eine Berechnung des GCI entlang der kompletten Bodenplatte im Intervall $z/D_{\text{NE}} \in [0; 500]$ (im Folgenden als Fall 2 bezeichnet).

Für Fall 1 ergibt sich für den gemittelten GCI ein Wert von 1,46% zwischen dem feinen und mittleren Netz, während der GCI für das mittlere und grobe Netz bei 6,14% liegt. Die Ursache für die signifikante Abweichung zwischen den beiden GCI-Werten ist eine zu geringe Auflösung des groben Netzes, wodurch es zu einer Verschiebung des Nebenmaximums der Wärmestromverteilung im Bereich des Wandstrahls kommt. Dies führt zu hohen relativen Abweichungen der jeweiligen Werte auf den entsprechenden Gittern. Die Häufigkeit der oszillierenden Konvergenz beträgt 23,08% und die Ordnung der Extrapolation liegt bei $p = 9,51$. Im Gegensatz

4. Numerisches Setup und Vorgehen

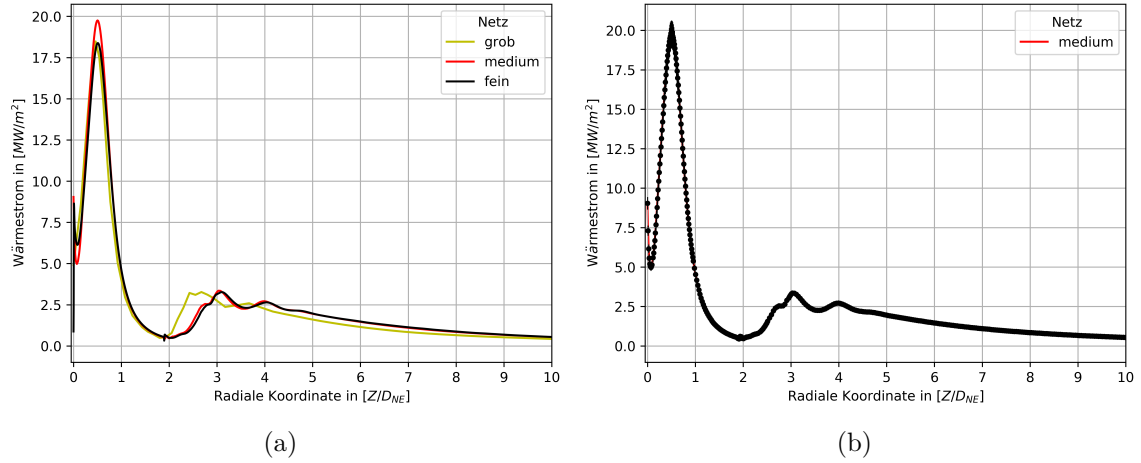


Abb. 4.4.: a) Wärmestromverteilung entlang der Bodenplatte für das grobe, mittlere und feine Gitter. b) Wärmestromverteilung entlang der Bodenplatte für das mittlere Gitter mit relativer Abweichung.

dazu nähern sich die GCI-Werte für Fall 2 deutlich an und liegen bei 2,42% bzw. 2,79%. Eine signifikante Auswirkung des Prallstrahls auf den Wärmestrom entlang der Bodenplatte ist nur in einem sehr geringen Teilgebiet (etwa 0,02%) zu erkennen. Dadurch konvergieren die Wärmestromverteilungen an einen festen Wert, sodass die relativen Fehler und Abweichungen abnehmen und die Häufigkeit der oszillierenden Konvergenz auf 33,57% ansteigt. Die Ordnung der Extrapolation liegt bei $p = 6,84$. Die größten lokalen Fehler entstehen in der Nähe des Staupunkts und im Bereich des Maximums der Wärmestromverteilung. Hier liegen hohe Gradienten in den Strömungsgrößen vor und es kann zu einem instationären Verhalten der Strömung kommen. Für diese Fälle weist das SAO-Modell nach Spalart-Allmaras leichte Schwächen

gemittelte Fehler in %	im Auftreffgebiet	für die vollständigen Bodenplatte
e_a^{21}	4,44	5,77
e_{ext}^{21}	1,24	1,89
$\text{GCI}_{\text{fein}}^{21}$	1,46	2,42
e_a^{32}	32,57	5,09
e_{ext}^{32}	5,60	2,18
$\text{GCI}_{\text{grob}}^{32}$	6,14	2,79

Tab. 4.2.: Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie über die Hinterlegung der gemittelten Fehler nach Kap. 4.4.

in der Darstellung der Ergebnisse auf, was sich in den hohen lokalen Fehlern widerspiegelt.

Durch den geringen lokalen GCI von 1,46% und den globalen GCI von 2,42% zwischen dem mittleren und feinen Netz kann gezeigt werden, dass für das verwendete Gitter mit $N_{\text{medium}} = 330850$ Zellen eine hinreichend gute Auflösung des Strömungsproblems gewährleistet ist und für die betrachteten Fälle völlig ausreicht.

5. Ergebnisse

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der numerischen Simulationen dargelegt und untersucht werden. Dazu erfolgt zunächst eine Beschreibung des Strömungsfeldes der Überschallprallstrahlen, die mit Hilfe des SAO-Modells erzeugt worden sind. Danach wird die Ausbildung einer Rezirkulationsblase im Bereich der Staupunktströmung untersucht, um im Anschluss die Verteilung des Wärmestroms unter Berücksichtigung der vorliegenden Ergebnisse für 7 Düsenabstände $S = x_{NE}/D_{NE}$ im Intervall $[0, 5; 20]$ zu erläutern. Abschließend werden der Einfluss der Wandtemperatur und die Auswirkung auf die Ergebnisse durch die Wahl des Turbulenzmodelles analysiert.

5.1. Strömungsfeld der Überschallprallstrahlen

Dieses Unterkapitel soll eine kurze Beschreibung der erzeugten Strömungsfelder unter Verwendung des SAO-Turbulenzmodells nach Spalart-Allmaras anhand von ausgewählten Düsenabständen und unter Berücksichtigung der Prinzipien aus Kap. 2.2 und 2.3 liefern. Eine vollständige Visualisierung aller Düsenabstände $S \in [0, 5; 1; 1, 5; 3; 5; 10; 20]$ ist im Anhang B hinterlegt. Bei der Visualisierung der Mach-Zahl liegt die Referenzgröße bei $M \approx 1$, sodass eine präzise Darstellung der Stoßstrukturen und des Strahlrandes vorgenommen werden kann. Äquivalent dazu liegt die Referenzdichte bei einem Wert von $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$.

Für einen Düsenabstand von $S = 20$ handelt es sich bei dem betrachteten Strahlsystem (Abb. 5.1) nahezu um einen idealen Freistrah, dessen Länge etwa $18,5 \times D_{NE}$ beträgt. Im Bodenbereich $z/D_{NE} \in [0; 7]$ ist jedoch eine Erhöhung der Geschwindigkeit auf $M \approx 1$ zu erkennen, sodass der Strahl bereits mit der Boden-/Prallplatte interagiert und eine Umlenkung der Strömung in radialer Richtung erfolgt. Der Druck innerhalb des Staupunktes entspricht dabei dem Umgebungsdruck, sodass keine signifikante Beschleunigung der Strömung auf Überschallgeschwindigkeiten erfolgt. Die Ablenkung des Strahls ist dabei besonders gut für die Visualisierung der Dichteverteilung mit eingezeichneten Stromlinien zu erkennen. Aufgrund der

5. Ergebnisse

homogenen Randbedingung ist die Austrittsgeschwindigkeit entlang der Düsenöffnung konstant. Durch das hohe Unterexpansionsverhältnisses von $U = 3,5$ kommt es zu einer Nachexpansion des Strahls und zur Entstehung von Expansionswellen am Rand der Düse. Die maximale Strahldicke ist dabei in einer Entfernung von etwa $3D_{NE}$ zur Düsenöffnung zu finden. Zusätzlich dazu ist eine starke Beschleunigung der Strömung im Bereich des Strahlzentrums auf $M \approx 4,5$ zu erkennen, welches von einer gekrümmten Stoßstruktur eingeschlossen wird. Im Bereich $x/D_{NE} = 16,6$, was einer Entfernung zur Düse von $3,4D_{NE}$ entspricht, kommt es schließlich zur Ausbildung einer Mach-Scheibe und eines reflektierten Stoßes aufgrund der irregulären Stoßreflexion. Die Strömung hinter der Mach-Scheibe weist Strahlgeschwindigkeiten von $M \approx 0,5$ auf, während die Außenströmung eine Überschallgeschwindigkeit von $M \approx 2$ hinter dem reflektierten Stoß beibehält. Es erfolgt eine weitere Expansion des Strahls und die Innenströmung wird erneut auf $M = 1$ beschleunigt, sodass es zu einem zweiten Hauptstoß und der Ausbildung einer Stoßzelle kommt. Die räumliche Ausbreitung der ersten Stoßzellen beträgt dabei $3D_{NE}$, während die zweite Stoßzelle eine Ausdehnung von etwa $3,5D_{NE}$ besitzt. Die kinetische Energie der Strömung hinter der zweiten Stoßzelle ist nicht groß genug, um weitere Stöße auszubilden. Für einen Düsenabstand von $S = 10$ (siehe Abb. B.5) ergibt sich ein ähnliches Strömungsbild und es kommt wiederum zur Ausbildung von zwei Stoßzellen. Im Gegensatz zum ersten Beispiel liegt der Staudruck jedoch bei einem Wert von etwa

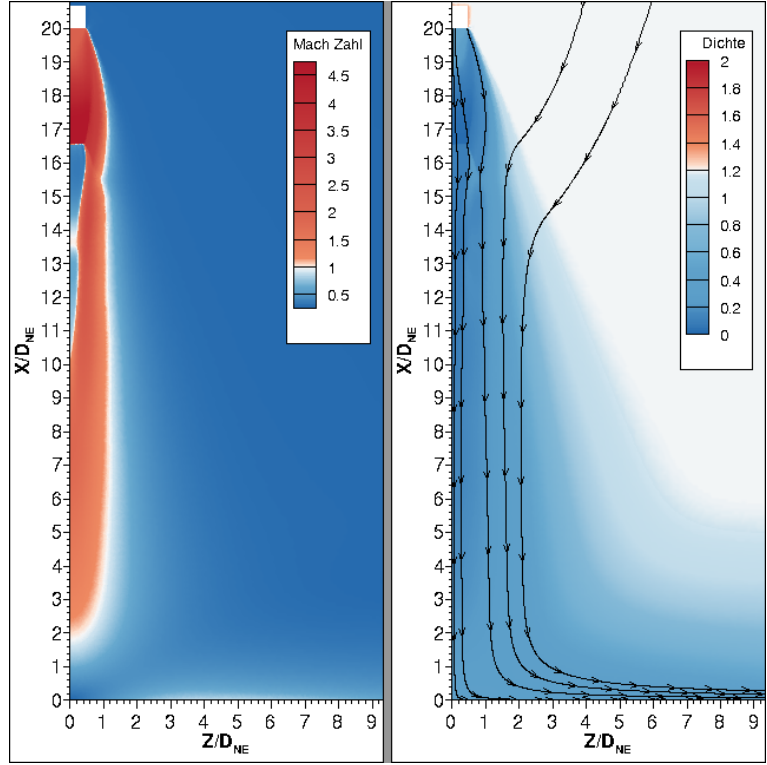


Abb. 5.1.: Visualisierung des Strömungsfeldes über die Dichte und Mach-Zahl des Strahls für einen Düsenabstand von $S = 20$ zum Boden.

Die Strömung hinter der Mach-Scheibe weist Strahlgeschwindigkeiten von $M \approx 0,5$ auf, während die Außenströmung eine Überschallgeschwindigkeit von $M \approx 2$ hinter dem reflektierten Stoß beibehält. Es erfolgt eine weitere Expansion des Strahls und die Innenströmung wird erneut auf $M = 1$ beschleunigt, sodass es zu einem zweiten Hauptstoß und der Ausbildung einer Stoßzelle kommt. Die räumliche Ausbreitung der ersten Stoßzellen beträgt dabei $3D_{NE}$, während die zweite Stoßzelle eine Ausdehnung von etwa $3,5D_{NE}$ besitzt. Die kinetische Energie der Strömung hinter der zweiten Stoßzelle ist nicht groß genug, um weitere Stöße auszubilden. Für einen Düsenabstand von $S = 10$ (siehe Abb. B.5) ergibt sich ein ähnliches Strömungsbild und es kommt wiederum zur Ausbildung von zwei Stoßzellen. Im Gegensatz zum ersten Beispiel liegt der Staudruck jedoch bei einem Wert von etwa

dem 2,8-fachen des Umgebungsdrucks. Die Strömung innerhalb des Wandstrahls wird auf 2-fache Schallgeschwindigkeit beschleunigt und es deutet sich die Ausbildung eines Plattenstoßes an. Dabei ist der Düsenabstand jedoch noch zu hoch, um eine zusammenhängende Schalllinie zwischen Wandstrahl und einlaufendem Strahl zu generieren.

Erst für einen Düsenabstand von $S = 5$ (Abb. 5.2) ist eine signifikante Auswirkung

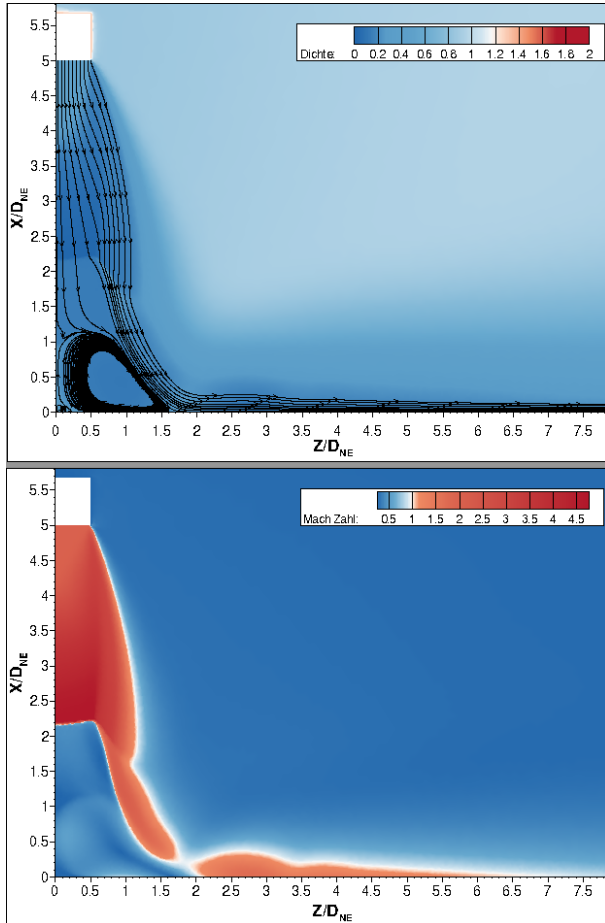


Abb. 5.2.: Visualisierung des Strömungsfeldes über die Dichte und Mach-Zahl des Strahls für einen Düsenabstand von $S = 5$ zum Boden.

auf die Strömung durch die Gegenwart der Wand zu erkennen. Bis zu einem Bodenabstand von $X/D_{NE} = 2,15$ verhält sich die Strömung äquivalent zu einer idealen Freistrahlanordnung. In diesem Punkt kommt es zur Ausbildung der dreifachen Stoßstruktur und der Mach-Scheibe, die gleichzeitig den Plattenstoß darstellt. Die Strömung in stromabwärtiger Richtung wird auf Unterschallgeschwindigkeiten abgebremst und behält diese bis zum Erreichen der Prallplatte bei. Im Bereich der Staupunktströmung entstehen hohe Gradienten der Mach-Zahl und es kommt zur Ausbildung einer Rezirkulationsblase. Zwischen Plattenstoß und einem Bodenbereich von $Z/D_{NE} = 2,1$ bildet sich eine Schalllinie aus, sodass die Rezirkulationsblase von einer Scherschicht und der angrenzenden Überschallströmung umgeben ist. Im Bereich des Wandstrahls kommt es zu einer wiederholten Nachexpansion

des Strahls und einer Abbremsung der Strömung, bis diese bei einem Abstand zum Koordinatenursprung von $Z/D_{NE} \approx 7,5$ vollständig in eine Unterschallströmung übergeht.

Für sehr nahe Bodenabstände (Abb. 5.3 und 5.4) $S = 1,5/1/0,5$ weist das Strö-

5. Ergebnisse

mungsbild der Überschallprallstrahlen grundsätzlich eine ähnliche Form auf. Der Plattenstoß erstreckt sich über das Intervall $x/D_{NE} \in [0,2; 0,3]$, während die räumliche Ausbreitung der Stauregion in radialer Richtung von der Breite des einlaufenden Strahls abhängt und in etwa dessen Ausdehnung annimmt. Für die Fälle $S = 1,5/1$ weist der Plattenstoß eine konvexe Krümmung in Richtung der Prallplatte auf, während die Krümmung für $S = 0,5$ eine konkave Form annimmt. Aufgrund der hohen Strahl-Mach-Zahlen löst sich die Schalllinie in Richtung des Wandstrahls ab. Die anschließende Krümmung der Schalllinie sorgt dafür, dass sie in den Bereich der subsonischen Strömungsregion zurückläuft. Aufgrund des hohen Drucks im Bereich um den Staupunkt, dessen maximaler Wert für einen Düsenabstand von $S = 0,5$ dem 12-fachen des Umgebungsdrucks entspricht, kommt es zu einer starken radialen Beschleunigung der Strömung und der Entstehung eines Wandstrahls mit wiederholten “Nachexpansionszellen” im Intervall $z/D_{NE} \in [0,5; 5]$. Für die Fälle $S = 1/0,5$ bildet sich aufgrund der hohen radialen Beschleunigung im Wandstrahlbereich eine Stoßzelle aus. Diese Zelle erstreckt sich dabei für $S = 0,5$ über einen Bodenbereich von $[1,9; 3,1]$, während die räumliche Ausbreitung für einen Bodenabstand von $S = 1$ mit einem Intervall von $[2,05; 3,05]$ etwas kleiner ausfällt. Bei einem Bodenabstand

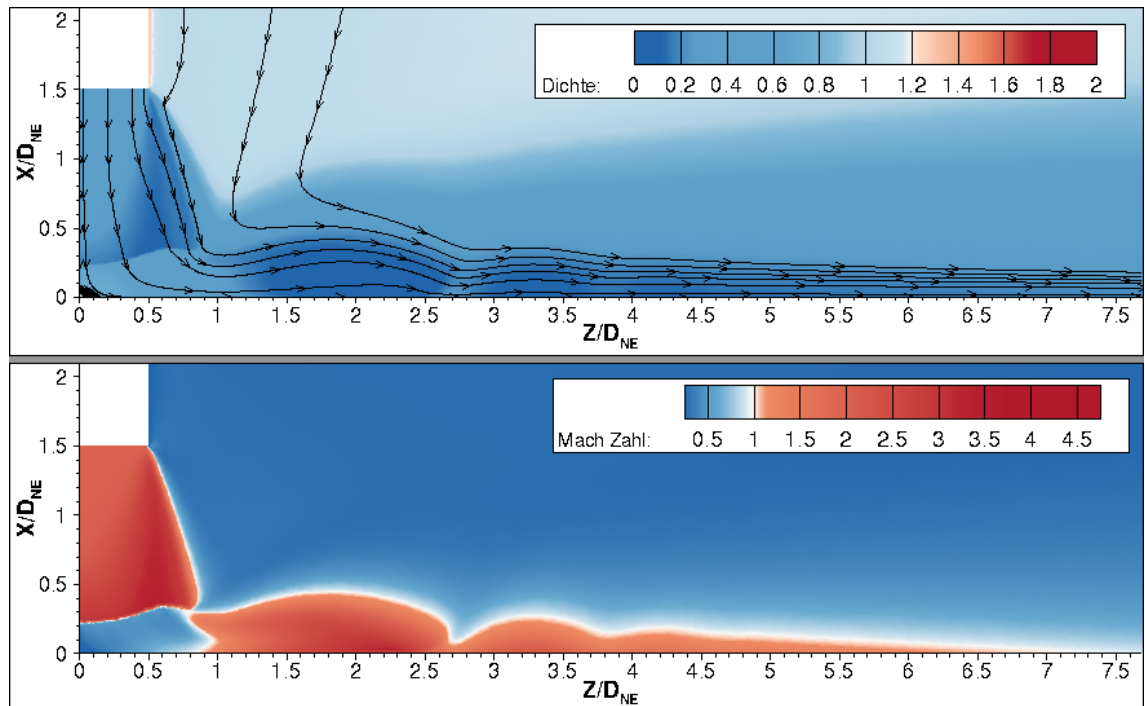


Abb. 5.3.: Visualisierung des Strömungsfeldes über die Dichte und Mach-Zahl des Strahls für einen Düsenabstand von $S = 1,5$ zum Boden.

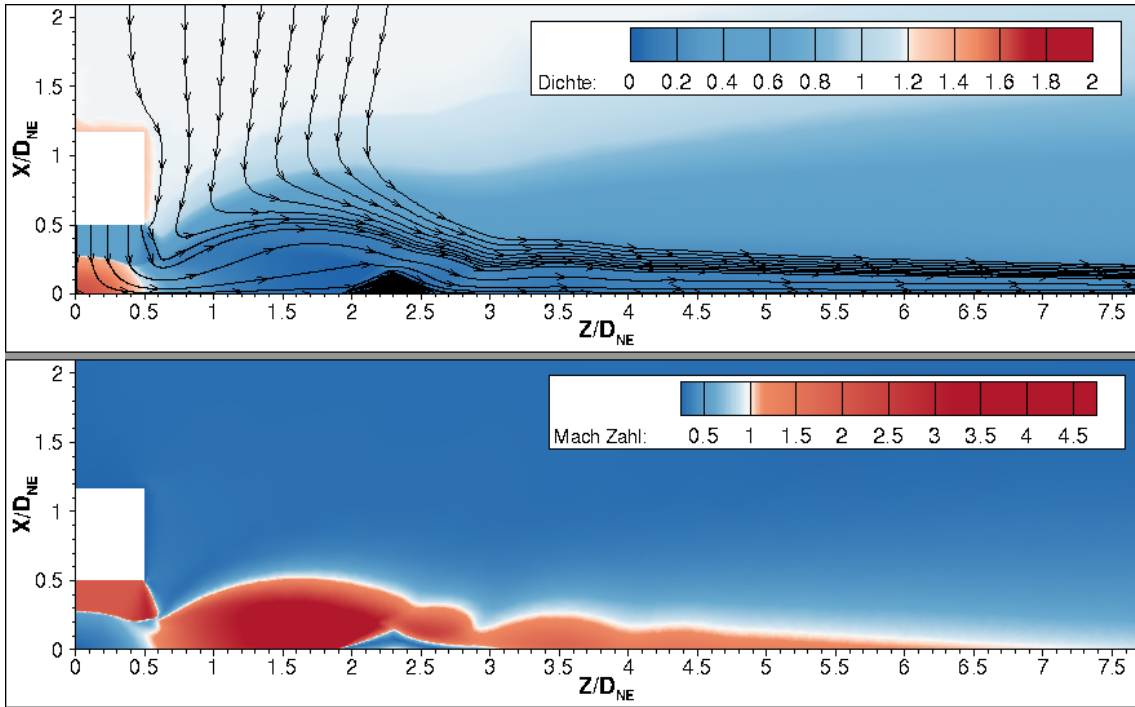


Abb. 5.4.: Visualisierung des Strömungsfeldes über die Dichte und Mach-Zahl des Strahls für einen Düsenabstand von $S = 0,5$ zum Boden.

von $S = 1,5$ ist die kinetische Energie innerhalb des Wandstrahls und die geringere Beschleunigung durch einen deutlich kleineren Staudruck von etwa dem 5-fachen des Umgebungsdrucks nicht groß genug, um eine entsprechende Stößzelle auszubilden. Für alle drei Fälle geht der Wandstrahl am Punkt $Z/D_{NE} = 7,5$ in eine Unterschallströmung über.

5.2. Entstehung der Rezirkulationsblase

In Kapitel 5.1 wurde bereits das Auftreten einer Rezirkulationsblase für den Fall $S = 1,5$ festgestellt. Aufgrund der signifikanten Veränderung des Strömungsverhaltens durch das Auftreten eines Rezirkulationsgebiets wird vermutet, dass dessen Einfluss auf die Verteilung des Wärmestroms nicht zu vernachlässigen ist. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Entstehung eines entsprechenden Strömungsgebiets für alle 7 Düsenabstände untersucht. Nach Kapitel 2.3 dient dabei als Hauptindikator vor allem die Druckverteilung entlang der angeströmten Prallplatte. Eine Visualisierung des dimensionslosen Plattendrucks ist in Abb. 5.5 zu sehen, während die

5. Ergebnisse

entsprechenden Staupunktströmungen in Abb. 5.6 zu finden sind.

Für die Fälle $S = 0,5$ und $S = 20$ befindet sich das Maximum der Druckverteilung entlang der Bodenplatte im Staupunkt der Strömung. Während der Staudruck für $S = 20$ dem Umgebungsdruck entspricht und ein langsamer Abfall des Plattendrucks gegen das 0,5-fache des Umgebungsdrucks erfolgt, steigt der Wert des Staudrucks für $S = 0,5$ auf das 12-fache des Umgebungsdrucks an. Zusätzlich dazu kommt es im Intervall $[0,3; 1]$ zu einem starken Abfall des Plattendrucks und anschließend zu einer Annäherung an den Wert Null. Im Bereich $[2,5; 3,5]$ steigt die Druckverteilung erneut bis zum Erreichen eines lokalen Maximums an. Dieser Bodenbereich korrespondiert mit dem Auftreten des bodennahen Stoßes innerhalb des Wandstrahls. Im Gegensatz dazu bildet sich für die Fälle $S = 1/1,5/10$ ein “Druckplateau” ausgehend vom Staupunkt aus. Als Druckplateau wird dabei ein Niveau mit etwa gleichbleibendem Plattendruck bezeichnet. Die räumliche Ausbreitung dieses Gebiets nimmt mit zunehmendem Düsenabstand zu. Während die Breite des Druckplateaus für $S = 1$ etwa $0,05 D_{NE}$ beträgt, liegt die räumliche Ausbreitung für $S = 1,5$ schon bei $0,18 D_{NE}$. Die maximale räumliche Ausbreitung wird für $S = 10$

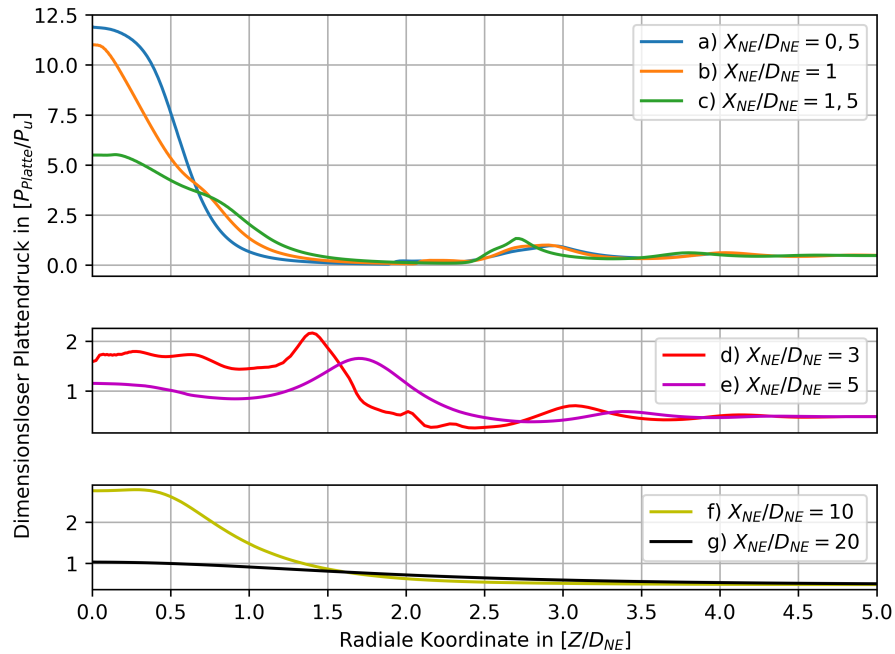


Abb. 5.5.: Dimensionsloser Plattendruck entlang der radialen Z-Koordinate normiert über den Düsenaustrittsdurchmesser für die betrachteten Düsenabstände $S = X_{NE}/D_{NE}$ im Intervall $[0, 5; 20]$. Die alphabetische Benennung der einzelnen Kurven korrespondiert mit den entsprechenden Strömungsfelder aus Abb. 5.6.

mit $0,38 D_{\text{NE}}$ erreicht. Für alle beschriebenen Fälle kann das globale Druckmaximum am äußeren Rand des Druckplateaus lokalisiert werden. Nach dem Erreichen des Maximums fällt der Plattendruck deutlich ab und konvergiert gegen einen festen Wert. Dabei kommt es für die Fälle $S = 1$ und $S = 1,5$ zu einem erneuten Druckanstieg bis zu einem lokalen Maximum. Die Position des Nebenmaximums für $S = 1$ fällt mit dem Nebenmaximum für $S = 0,5$ zusammen. Genau wie bei den Bodenabständen von $S = 0,5$ und $S = 20$ konvergieren die Kurven im Anschluss an einen Wert von $0,5$.

Anstelle eines Druckplateaus hebt sich für die Fälle $S = 3$ und $S = 5$ das globale Maximum der Verteilung deutlich hervor. Das Druckmaximum befindet sich an der äußeren Grenze der Staupunktströmung, sodass ein signifikanter, negativer Druckgradient in Richtung des Staupunktes entsteht. Der Maximaldruck entspricht dabei für $S = 3$ dem 2,16-fachen des Umgebungsdrucks und für $S = 5$ dem 1,63-fachen des Umgebungsdrucks. In beiden Fällen bildet die Druckverteilung ein lokales Minimum bei etwa $x/D_{\text{NE}} = 1$ aus, um anschließend in Richtung des Staupunktes anzusteigen. Für $S = 5$ befindet sich im Staupunkt ein lokales Maximum des Plattendrucks, während sich für den Fall $S = 3$ ein Minimum abzeichnet. Der Unterschied zwischen Staudruck und Maximumsdruck beträgt 29,6% für $S = 3$ und 39,7% für $S = 5$. Außerhalb der Staupunktströmung kommt es nach einem starken Druckabfall zum Auftreten weiterer kleiner Nebenmaxima, deren Ursache das Auftreffen der Expansionswellen innerhalb des Wandstrahls auf den Boden ist.

Beim Vergleich der Druckverteilung mit den entsprechenden Staupunktströmungen aus Abb. 5.6 ist zu erkennen, dass es sich bei den Strömungen für $S = 0,5$ und $S = 10$, deren Druckmaximum im Staupunkt liegt, um ideale Staupunktströmungen ohne die Ausbildung eines Wirbelsystems handelt. Durch die Ausbildung eines Druckplateaus für $S = 1/1,5/10$, verschiebt sich der Maximaldruck innerhalb der Verteilung zu einem äußeren Punkt. Der Druckgradient ist jedoch nicht groß genug, um eine stark ausgeprägte Rezirkulationsblase auszubilden. Anstelle dessen ist ein kleiner Ringwirbel in der Nähe des Staupunktes zu finden. Für $S = 3$ kommt es durch die Ausbildung des äußeren Druckminimums entlang der Scherschicht zur Umlenkung der Strömung in Richtung des Staupunktes. Durch den wiederholten Anstieg des Drucks wird die Strömung jedoch wieder in radialer Richtung beschleunigt und umgelenkt. Das Druckminimum im Staupunkt der Strömung sorgt für die Ausbildung eines einzelnen, zentralen Ringwirbels. Die volle Ausbildung einer Rezirkulationsblase erfolgt erst für $S = 5$. Der erste Druckabfall hinter dem globalen

5. Ergebnisse

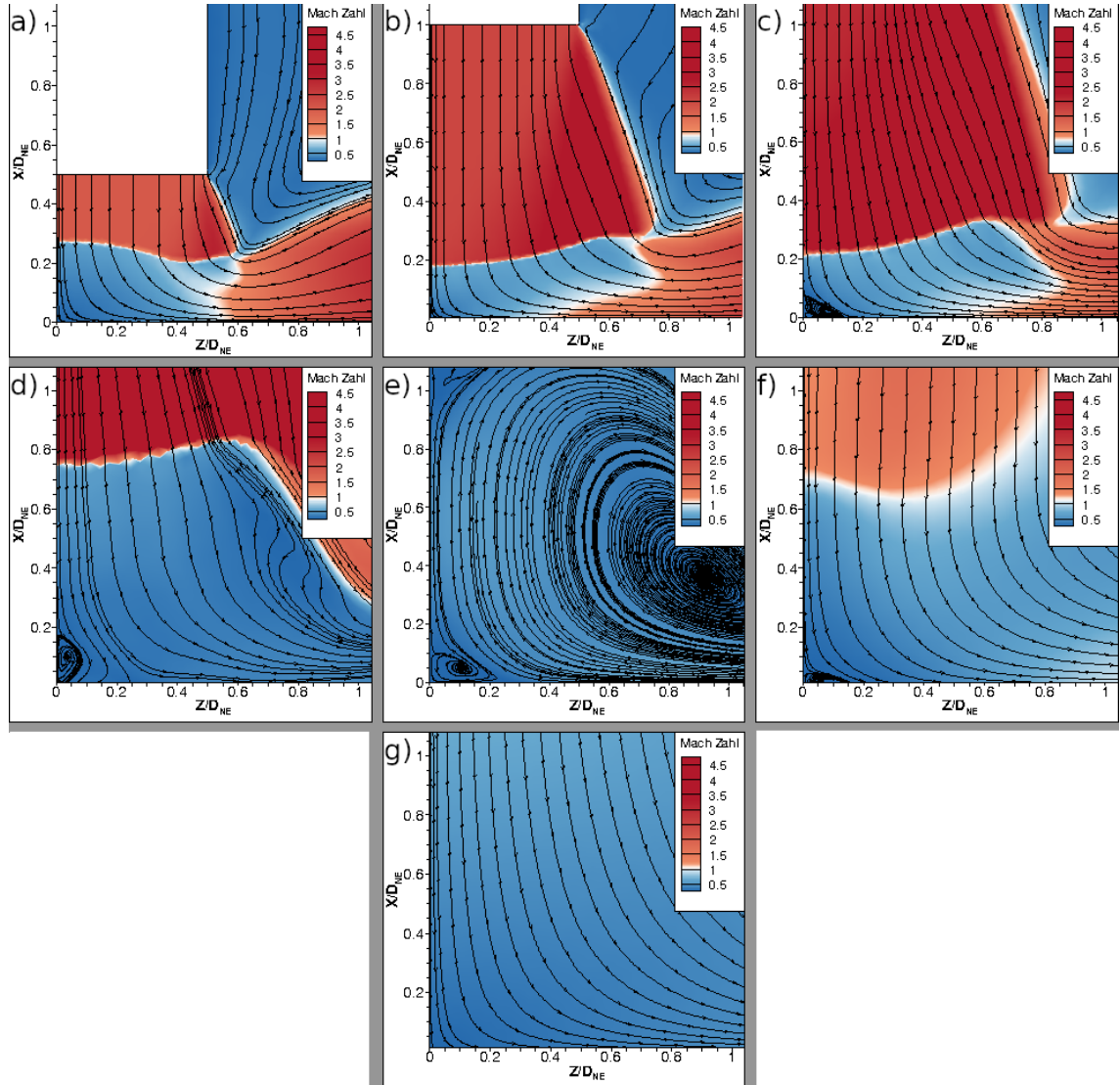


Abb. 5.6.: Visualisierung der Wirbelstrukturen im Bereich der Staupunktströmung $x/D_{NE}, z/D_{NE} \in [0; 1, 2]$ für alle 7 Düsenabstände $S = x_{NE}/D_{NE}$, ausgehend vom kleinsten Düsenabstand $S = 0,5$ oben links über zunehmenden Düsenabstand nach rechts bis hin zum größten Düsenabstand $S = 20$ unten. Die alphabetische Benennung der einzelnen Strömungsfelder korrespondiert mit den entsprechenden Plattendruck-Kurven aus Abb. 5.5.

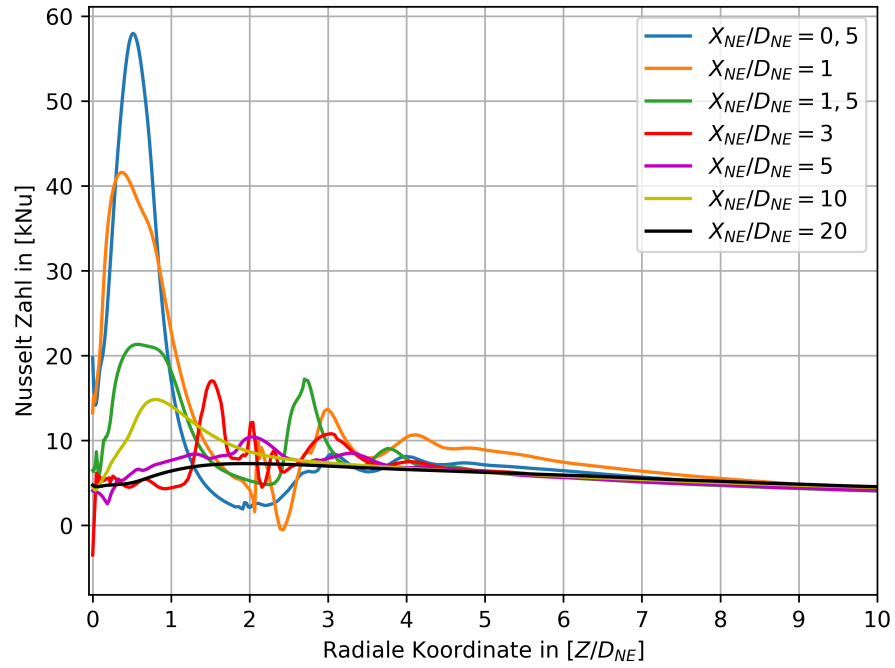
Maximum beschleunigt die Strömung in negativer Radialrichtung so stark, dass der erneute Druckanstieg die Strömungsrichtung nicht mehr umkehren kann. Ein zweiter, kleinerer Ringwirbel bildet sich im Bereich des Staupunktes aus und es kommt zu einer stromaufwärts gerichteten Quellströmung entlang der Symmetrieachse. Dies sorgt für eine signifikante Verschiebung des Plattenstoßes um 2 Düsendurchmesser in die Region des Freistrahls.

5.3. Wärmestrom in Abhängigkeit vom Düsenabstand

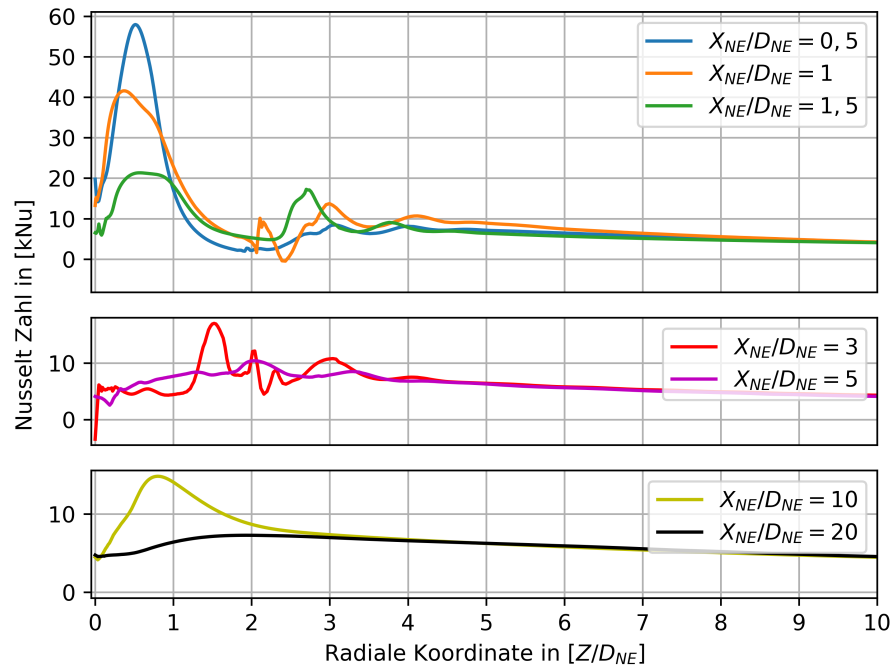
Einen entscheidenden Schritt innerhalb der Auswertung stellt die Untersuchung des Wärmestroms in Abhängigkeit des Wandabstandes dar. Die Betrachtungen aus Kap. 5.1 und 5.2 haben gezeigt, dass sich für unterschiedliche Wandabstände grundlegend verschiedene Strömungsbilder abzeichnen, wobei vor allem die Ausbildung einer Rezirkulationsblase und die Verschiebung des Plattenstoßes eine wichtige Rolle spielen. Im Folgenden sollen die Auswirkungen auf den Wärmestrom betrachtet werden, wobei die Ergebnisse in Abb. 5.7 dargestellt sind. Zur Darstellung des dimensionslosen Wärmestroms wird nach Kap. 2.4 die Nusselt-Zahl verwendet. Für die betrachteten Fälle zeigt sich ein konvergentes Verhalten der Nusselt-Zahl an einen festen Wert von $Nu \approx 5500$ im Fernfeldbereich entlang der Bodenplatte. Der Grund dafür ist, dass der anliegende Prallstrahl ab einem gewissen Bodenabstand keinen Einfluss mehr auf die Wärmestromverteilung entlang der Wand hat und diese lediglich von der konstanten Wandtemperatur beeinflusst wird. In den Ergebnissen für den Bodenabstand von $S = 1$ kam es, durch die Normierung über die adiabatische Wandtemperatur, jedoch zu einem konstanten Wert der Nusselt-Zahl von $Nu \approx 10600$ und damit einem deutlich höheren Wärmestrom, als erwartet und vorgesehen. Somit ist die Verteilung der adiabatischen Wandtemperatur für den Fall $S = 1$ falsch und es erfolgt eine **Nachkorrektur** der Ergebnisse durch eine Verschiebung um einen Faktor von etwa 5100.

Für große Bodenabstände $S = 20$ und $S = 10$ bildet sich im Koordinatenursprung ein Minimum in der Wärmestromverteilung aus. Mit zunehmendem radialem Abstand steigt die Verteilung bis zu einem globalen Maximum an, welches für $S = 20$ bei einem Abstand von $z/D_{NE} = 0,83$ und für $S = 10$ bei einer Entfernung von $z/D_{NE} = 1,55$ zu finden ist. Die entsprechenden Maximumswerte liegen bei einer Nusselt-Zahl von etwa 7200 bzw. 15000. Nach Erreichen des Maximums fallen die Verteilungen gleichmäßig ab und konvergieren gegen einen konstanten Wert für die

5. Ergebnisse



(a)



(b)

Abb. 5.7.: Verteilung der Nusselt-Zahl entlang der Prallplatte für 7 Bodenabstände $S = x_{NE}/D_{NE}$ im Intervall $[0,5; 20]$. Die Nusselt-Zahl ist dabei in Form von $[kNu]$ dargestellt. Abbildung a) zeigt zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit alle Wärmestromverteilungen in einer Grafik, während in Abbildung b) eine Aufteilung der Verteilungen zur besseren Übersicht vorgenommen wurde.

Nusselt-Zahl von $Nu \approx 5500$.

Äquivalent zu den vorherigen Beschreibungen bildet sich bei sehr kleinen Bodenabständen $S = 0,5/1/1,5$ ein radial verschobenes Hauptmaximum im Bereich $z/D_{NE} \in [0,4; 0,58]$ aus. Für abnehmende Düsenabstände nimmt dabei die Höhe des lokalen Wärmestroms immer weiter zu, bis dessen Maximumwert für $S = 0,5$ bei einer Nusselt-Zahl von $Nu \approx 58300$ liegt. Zusätzlich dazu kommt es nach einer gleichmäßigen Abnahme des Wärmestroms zu einem erneuten Anstieg und der Ausbildung von zwei Nebenmaxima. Die Positionen der Nebenmaxima fallen mit den Knotenpunkten der Nachexpansionszellen bei $z/D_{NE} \approx 3/4$ für $S = 0,5/1$ und bei $z/D_{NE} \approx 2,7/3,8$ für $S = 1,5$ zusammen, an denen eine Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit erfolgt. Ein weiteres Nebenmaximum bildet sich für $S = 1$ aus, wobei dessen Position mit der Position des Wandstoßes zusammenfällt. Für $S = 0,5$ ist an dieser Stelle nur ein minimaler Ausschlag der Wärmestromverteilung zu erkennen.

Ein signifikanter Unterschied in der Wärmestromverteilung ist für die Fälle $S = 3$ und $S = 5$ festzustellen. Im Zentrum bilden sich abermals deutlich kleinere Nusselt-Zahlen aus, als im Randbereich der Staupunktströmung. Für diese Fälle kommt es jedoch nicht zu einem gleichmäßigen Anstieg des lokalen Wärmestroms, sondern zu starken Fluktuationen bis hin zu einem globalen Maximum, dessen Position mit dem Auftreffpunkt der Schalllinie zusammenfällt. Die Ursache der Fluktuationen des Wärmestroms im Bereich $z/D_{NE} \in [0; 2]$ um den Staupunkt herum ist die Ausbildung der Rezirkulationsblase aufgrund des hohen Druckgradienten. Dadurch kommt es zu einem oszillierenden Verhalten der Lösung und einer Verwirbelung der Innenströmung mit hohen Geschwindigkeitsgradienten und veränderlichen Strömungsbedingungen. Die Wärmestromverteilung innerhalb des Wandstrahls entspricht wiederum der erwarteten Form und weist Nebenmaxima an den Knotenpunkten der Nachexpansionszellen auf.

5.4. Einfluss der Wandtemperatur

Im Folgenden soll der Einfluss der Wandtemperatur auf die Verteilung des Wärmestroms für 4 verschiedene Werte im Intervall $[273, 15^\circ \text{ K}; 2200^\circ \text{ K}]$ und die Düsenabstände $S = 1$ und $S = 10$ untersucht werden. Die Visualisierung der Wärmestromverteilung (Abb. 5.8) erfolgt abermals nach Kap. 2.4 über die Nusselt-Zahl.

Bei der Betrachtung der Wärmestromverteilung für $S = 10$ und signifikant hö-

5. Ergebnisse

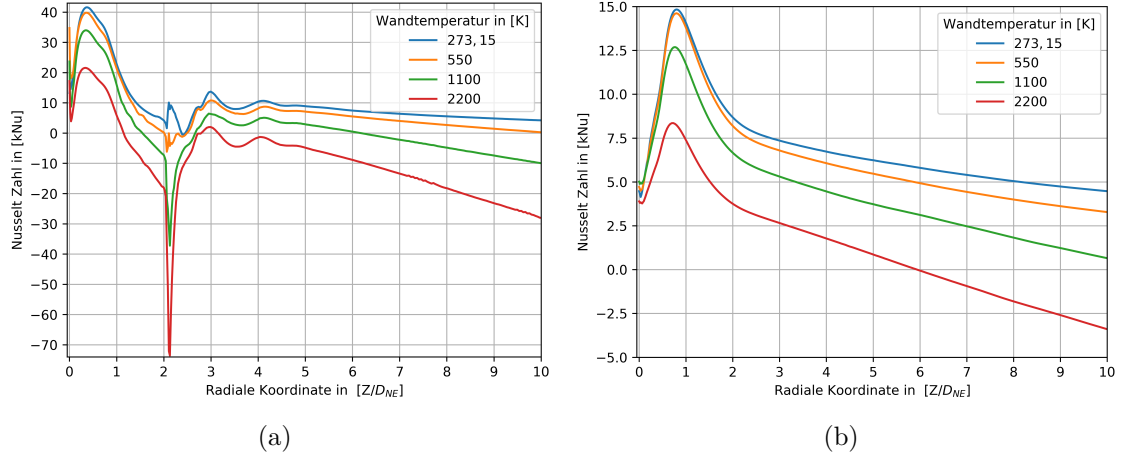


Abb. 5.8.: Verteilung der Nusselt-Zahl entlang der Prallplatte für die 2 Bodenabstände $S = x_{NE}/D_{NE} = 1$ [Abb. a)] und $S = 10$ [Abb. b)] und 4 verschiedene Wandtemperaturen im Intervall $[273,15^\circ \text{ K}; 2200^\circ \text{ K}]$. Die Nusselt-Zahl ist dabei in Form von $[\text{kNu}]$ dargestellt.

here Wandtemperaturen als unter Verwendung der Randbedingung von $T_{\text{Wand}} = 273,15^\circ \text{ K}$ fällt auf, dass sich die Form der Verteilung nicht wesentlich ändert. Das Maximum der Verteilung befindet sich für $T_{\text{Wand}} = 273,15^\circ \text{ K}$ bei einem Staupunktabstand von $z/D_{NE} \approx 0,78$, während der Wert des Maximums bei $Nu \approx 15000$ liegt. Mit zunehmender Wandtemperatur nähert sich das Maximum der Verteilung leicht dem Staupunkt an, sodass dessen Position für eine Wandtemperatur von $T_{\text{Wand}} = 2200^\circ \text{ K}$ bei einem Staupunktabstand von $z/D_{NE} \approx 0,72$ liegt. Hierbei entspricht die maximale Nusselt-Zahl einem Wert von $Nu \approx 8200$. Mit zunehmendem radialem Abstand zum Staupunkt ist ein konvergentes Verhalten der Nusselt-Zahl festzustellen, wobei die Nusselt-Zahl für höhere Wandtemperaturen zunächst deutlich abfällt und für $T_{\text{Wand}} = 2200^\circ \text{ K}$ bei $z/D_{NE} = 6$ negativ wird. Hierbei übersteigt die Wandtemperatur die Temperatur des Wandstrahls bzw. des Umgebungsfluids für weit entfernte Staupunktabstände, sodass ein negativer Wärmestrom entsteht und das Fluid aufgeheizt wird.

Ein ähnliches Bild zeigt sich für den Wandabstand $S = 1$. Das Maximum der Wandtemperatur liegt in allen Fällen bei etwa $x/D_{NE} = 0,64$, wobei die maximale Nusselt-Zahl für $T_{\text{Wand}} = 273,15^\circ$ etwa einen Wert von $Nu \approx 41600$ annimmt. Für eine Wandtemperatur von $T_{\text{Wand}} = 2200^\circ \text{ K}$ liegt das Maximum bei einem Wert von $Nu \approx 21600$. Im Bereich der Stoßzelle innerhalb des Wandstrahls kommt es für

$T_{\text{Wand}} = 273,15^\circ\text{K}$ zu einem lokalen Maximum der Wärmestromverteilung. Hinter dem ausgebildeten Stoß sind die Geschwindigkeiten sehr klein und die Grenzschicht entlang der Wand sehr dünn. Dadurch ist eine gute Wärmeleitung zwischen Fluid und Wand möglich. Mit ansteigender Wandtemperatur ergibt sich jedoch ein negativer Temperaturgradient zwischen Wandstrahl und Bodenplatte, sodass die Strömung aufgeheizt wird und es zu hohen, negativen Werten der Nusselt-Zahl kommt.

5.5. Einfluss des Turbulenzmodells

In dem letzten Unterkapitel der Auswertung soll die Auswirkung auf die Wärmestromverteilung entlang der Prallplatte durch die Wahl des Turbulenzmodells betrachtet werden. Die entsprechenden Visualisierungen sind in Abb. 5.9 zu finden. Für das verwendete SST-Turbulenzmodell nach Menter kommt es vor allem bei einem Düsenabstand von $S = 10$ zu einem oszillierenden Verhalten der Strömung, sodass keine ausreichende Konvergenz der Lösung festgestellt werden konnte. Aus diesem Grund wurde der Mittelwert der Nusselt-Zahl über 11 unterschiedliche Lösungen des Strömungsproblems gebildet. Der Iterationsschritt zwischen zwei Lösungen beträgt

Betrachtete Lösung	SAO/Wilcox	SAO/Menter	Wilcox/Menter
$S = 1D_{NE}$, q in %	44,66 %	31,97 %	9,62 %
$S = 1D_{NE}$, Nu in %	43,83 %	31,43 %	9,44 %
$S = 10D_{NE}$, q in %	427,28 %	476,68 %	11,56 %
$S = 10D_{NE}$, Nu in %	389,40 %	417,00 %	7,09 %

Tab. 5.1.: Relative Abweichung der Maximumswerte für den Wärmestrom und die Nusselt-Zahl in Abhängigkeit von den unterschiedlichen Turbulenzmodellen.

Betrachtete Lösung	SAO/Wilcox	SAO/Menter	Wilcox/Menter
$S = 1D_{NE}$, q in %	35,03 %	40,69 %	4,19 %
$S = 1D_{NE}$, Nu in %	66,47 %	74,29 %	4,70 %
$S = 10D_{NE}$, q in %	70,41 %	98,86 %	16,78 %
$S = 10D_{NE}$, Nu in %	43,10 %	94,93 %	36,22 %

Tab. 5.2.: Relativen Abweichungen des integrierten Wärmestroms und der integrierten Nusselt-Zahl im Bodenbereich $z/D_{NE} \in [0; 10]$ für die Bodenabstände $S = 10$ und $S = 1$ für die unterschiedlichen Turbulenzmodelle.

5. Ergebnisse

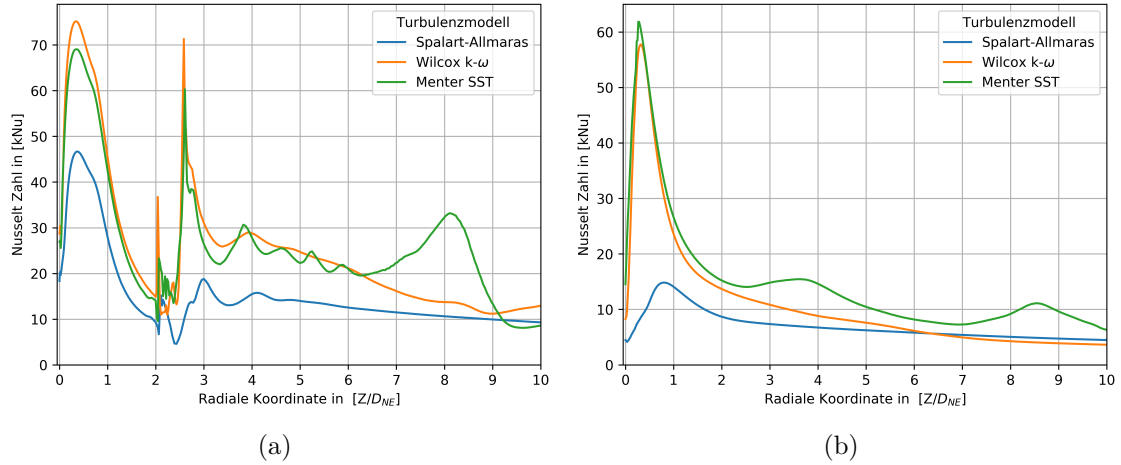


Abb. 5.9.: Verteilung der Nusselt-Zahl entlang der Prallplatte für die 2 Bodenabstände $S = x_{NE}/D_{NE} = 1$ [Abb. a)] und $S = 10$ [Abb. b)] unter Verwendung der Turbulenzmodelle nach Spalart-Allmaras (SAO), Wilcox ($k-\omega$) und Menter (SST). Die Nusselt-Zahl ist dabei in Form von [kNu] dargestellt.

dabei 200000.

Über die simulierten Wärmestromverteilungen des strömungsmechanischen Problems für $S = 10$ und $S = 1$ wurden jeweils die relativen Abweichungen des integralen Wärmestroms im Bodenbereich von $z/D_{NE} \in [0; 10]$ (Tab. 5.2), als auch die relativen Abweichungen der Maximumswerte (Tab. 5.1) berechnet. Den Abbildungen ist zu entnehmen, dass die Verteilung des Wärmestroms für alle Turbulenzmodelle eine ähnliche Form aufweist. Die Hauptmaxima befinden sich in etwa an derselben Position und es kommt zu der Ausbildung weiterer Nebenmaxima. Für einen Bodenabstand von $S = 1$ beträgt jedoch die relative Abweichung des Maximums der Nusselt-Zahl zwischen SAO- und $k-\omega$ -Turbulenzmodell 43,83%. Eine noch höhere Abweichung von 389,40% zwischen SAO- und $k-\omega$ -Turbulenzmodell ergibt sich für den Bodenabstand von $S = 10$. Die Turbulenzmodelle nach Wilcox und Menter weisen für diese Fälle lediglich eine Abweichung zwischen 9,44% bis 7,09% auf, was in einem akzeptablen Bereich liegt. Durch eine Annäherung an den konstanten Wert der Nusselt-Zahl im Grenzwert, relativieren sich diese Abweichungen im betrachteten Bodenbereich für die integralen Größen, sodass hier die relativen Abweichungen zwischen SAO- und $k-\omega$ -Modell 66,47% für $S = 1$ und 43,10% für $S = 10$ betragen. Für die integralen Abweichungen der Nusselt-Zahl zwischen $k-\omega$ - und SST-Modell ergibt sich für den Düsenabstand von $S = 1$ ein Wert von 4,70%, während dieser

Fehler für $S = 10$ auf 36,22% ansteigt. Die Ursache dafür ist das oszillierende Verhalten der Lösungen, die über das Turbulenzmodell nach Menter erzeugt worden sind. Hierbei kommt es zu fluktuierenden Werten des Wärmestroms im Intervall $z/d_{NE} \in [3; 10]$ und der Ausbildung von periodischen Ablösewirbeln. Zusätzlich dazu bilden sich für $S = 1$ in den Lösungen, die über das Verfahren nach Menter berechnet worden sind weitere Nachexpansionszellen entlang des Wandstrahls aus, die zu einem erneuten Anstieg des Wärmestroms und weiteren Nebenmaxima führen.

6. Schlussfolgerungen und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgte die Untersuchung des Wärmeübergangs zwischen einem unterexpandierten Überschallprallstrahl ($U = 3, 5$) und einer glatten Oberfläche mit einem Anstellwinkel von 90° . Dabei wurden ausschließlich numerische Simulationen, unter Verwendung der Reynolds- bzw. Favre- gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, zur Lösung des stationären, strömungsmechanischen Problems verwendet. Die Mittelung der Transportgleichungen führt auf ein Schließungsproblem des Reynoldsspannungstensors, welches über die Annahme nach Boussinesq und die Verwendung von linearen Wirbelviskositätsmodellen gelöst wird. Zur Berechnung der RANS-Gleichungen wurde eine Finite-Volumen-Methode als räumliches Diskretisierungsverfahren und ein implizites Euler-Verfahren als zeitliche Diskretisierung verwendet. Dabei fanden sowohl ein Upwind-Verfahren erster, als auch zweiter Ordnung ihre Anwendung. Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften des Prallstrahlsystems konnte das numerische, unstrukturierte Gitter auf einen rotationssymmetrischen Keilausschnitt der Anordnung reduziert werden, um die zur Verfügung stehende Rechenzeit effizienter zu nutzen. Eine weitere, lokale Verfeinerung des relevanten Strömungsgebietes konnte durch die Verwendung der, in *TAU* implementierten, Gitteradaptionroutine vorgenommen werden. Eine hinreichend gute Auflösung des verwendeten Gitters kann über die zufriedenstellenden Ergebnisse der Netzkonzvergenzstudie und die entsprechenden GCI-Werte im Bereich von 1,46% bis 2,42% gewährleistet werden. Zusätzlich dazu stimmen die betrachteten Phänomene und erzeugten Ergebnisse innerhalb des Strahlsystems mit experimentell beobachteten Ergebnissen qualitativ überein, sodass davon ausgegangen wird, dass die Resultate die realen Strahlbedingungen in guter Näherung widerspiegeln.

Bei der Betrachtung des Wärmestroms innerhalb des Prallstrahlsystems spielt vor allem der Übergang zwischen Freistrah- und Prallstrahlanordnung eine entscheidende Rolle. Die räumliche Ausbreitung des Freistrahls in axialer Richtung beträgt in etwa $18,5 D_{NE}$, sodass für einen dimensionslosen Bodenabstand von $S = 20$ bereits leichte Strahl-Wand-Wechselwirkungen zu erkennen sind und der Übergang etwa im

6. Schlussfolgerungen und Ausblick

Intervall $S \in [18,5; 20]$ erfolgt. Innerhalb des Strahlsystems bilden sich die erwarteten Stoßstrukturen und -zellen aus, wobei die Abnahme des Wandabstandes dazu führt, dass die Stoßstrukturen auf den Boden übergehen und sich sowohl ein Plattenstoß, als auch eine Schalllinie ausbilden. Für sehr nahe Bodenabstände entsteht durch die starke Beschleunigung in radialer Richtung aufgrund des zunehmenden Staudrucks eine weitere Stoßzelle entlang der Bodenplatte. Durch den Einfluss der wandnahen Grenzschicht geht die Strömung innerhalb des Wandstrahls für alle betrachteten Fälle und hinreichend große, radiale Abstände zum Staupunkt vollständig in eine Unterschallströmung über.

Vor allem bei der Entstehung der Rezirkulationsblase im Bereich des Staupunktes kann qualitativ eine gute Übereinstimmung zwischen den numerischen Ergebnissen und der experimentellen Arbeit nach K. V. Klinkov [14] festgestellt werden. Als entscheidender Parameter zur Ermittlung eines rezirkulierenden Verhaltens im Bereich der Staupunktströmung kann insbesondere der dimensionslose Plattendruck und dessen Verteilung entlang der Bodenplatte identifiziert werden. Während der dimensionslose Plattendruck für $S = 20$ dem Umgebungsdruck entspricht, führt eine Verringerung des Düsenabstands zu einem deutlichen Druckanstieg auf etwa das 12-fache des Umgebungsdrucks im Bereich des Koordinatenursprungs. Dies impliziert eine Geschwindigkeitsverringerung der Strömung auf $M < 1$ und eine erneute Beschleunigung in radiale Richtung. Die Ausbildung eines Druckplateaus und die Verschiebung zu einer "ringförmigen" Verteilung des maximalen Plattendrucks um den Koordinatenursprung ist ein Indikator für die Entstehung einer Rezirkulationsblase. Das Auftauchen dieses Phänomens konnte über die Visualisierung der Wirbelstrukturen innerhalb des betrachteten Bodenbereichs bestätigt werden. Die maximale räumliche Ausbreitung des Rezirkulationsgebiets kann dabei für einen Düsenabstand von $S = 5$ festgestellt werden, wobei der Staudruck bei 60,3% des Maximaldrucks liegt und eine signifikante Verschiebung des Plattenstoßes um $2 D_{NE}$ in die Region des Freistrahls beobachtet wurde. Wie in Kap. 5.2 bereits vermutet worden ist, hat die Ausbildung kleinerer Ringwirbel im Bereich der Staupunktströmung, aber vor allem die Entstehung eines Rezirkulationsgebiets einen starken Einfluss auf die Wärmestromverteilung entlang der Bodenplatte.

Für alle untersuchten Fälle weist die Verteilung des Wärmestroms im betrachteten Bodenbereich ein radial verschobenes Hauptmaximum auf. Die Ursache dafür wird in der maximalen Verzögerung der Strömung im Staupunkt in axialer Richtung und einem erneuten Geschwindigkeitsanstieg in radiale Richtung vermutet.

Dadurch würde sich um den Staupunkt herum eine dünnere Grenzschicht ausbilden, als im Staupunkt selbst. Strömendes Fluid mit höherer Temperatur kann besser zur Bodenplatte transportiert werden und der Wärmestrom steigt an. Um die getroffene Aussage zu bestätigen, ist eine genauere Untersuchung der vorliegenden Grenzschichtströmungen in aufbauenden Arbeiten notwendig.

Bei sehr großen und kleinen Wandabständen stellt sich grundsätzlich eine ähnliche Verteilung des Wärmestroms ein. Dabei befindet sich das Hauptmaximum für die unterschiedlichen Abstände in einem Intervall von $S \in [0,33; 1,55]$. Für den Fall der nahen Bodenabstände kann es durch die starke Beschleunigung der Strömung in radialer Richtung zusätzlich zur Ausbildung einer bodennahen Stoßstruktur kommen, was zu einer Zunahme des Wärmestroms führt. Mit der Ausbildung einer Rezirkulationsblase durch signifikante Unterschiede zwischen Staudruck und Maximaldruck kommt es zu hohen Geschwindigkeitsfluktuationen innerhalb der Staupunktströmung und einer deutlichen Veränderung des Strömungsverhaltens im Wandbereich. Die Werte des Wärmestroms nehmen innerhalb der Rezirkulationsblase deutlich ab, wobei der maximale Wärmestrom für $S = 3$ gerade einmal um 15,73% im Vergleich zu dem Fall $S = 10$ ansteigt. Innerhalb der Staupunktströmung sind zusätzlich starke Fluktuationen und ein oszillierendes Verhalten der Wärmestromverteilung festzustellen, sodass ein konvergentes Verhalten der Lösung nur schwer erreicht und zum jetzigen Zeitpunkt kein generelles Interpolationsverfahren der Wärmestromverteilung für unterschiedliche Plattenabstände ermittelt werden konnte.

Durch die Variation der isothermen Wandtemperatur als Randbedingung für die Prallplatte zeichnet sich keine signifikante Auswirkung auf das Strömungsfeld der Anordnung ab. Dementsprechend sind die Auswirkungen auf die Verteilung des Wärmestroms entlang der angestrahlten Bodenplatte klein. Während die Form der Verteilung grundsätzlich eine ähnliche Form beibehält, kommt es durch die Erhöhung der Wandtemperatur und die Angleichung an die Strahltemperatur lediglich zu einer schlechteren Wärmeleitung und einer Verschiebung zu geringeren Nusselt-Zahlen.

Der abschließende Vergleich der Turbulenzmodelle nach Spalart-Allmaras, Wilcox und Menter und deren Einfluss auf die Darstellung des Wärmestroms hat gezeigt, dass alle Modelle dazu in der Lage sind die Charakteristiken in der Wärmestromverteilung zwischen Prallstrahl und Bodenplatte in einem gewissen Umfang wiederzugeben. Während sich für den Bodenabstand $S = 10$ ein leichter, radialer Versatz zwischen den Positionen der Hauptmaxima im Intervall $z/D_{NE} \in [0,25; 0,78]$ abzeichnet, sind diese für $S = 1$ alle bei $z/D_{NE} \approx 0,36$ zu finden. Nach dem Erreichen

6. Schlussfolgerungen und Ausblick

des Hauptmaximums fällt die Verteilung der Nusselt-Zahl deutlich ab, wobei es für größere Bodenabstände zu einem anschließenden, konvergenten Verhalten durch den vernachlässigbaren Einfluss des Prallstrahls kommt. Für kleine Wandabstände ist für alle Turbulenzmodelle ein erneuter Anstieg des Wärmestroms durch die Beschleunigung und die Einflüsse der Nachexpansion innerhalb des Wandstrahls zu erkennen. Bei der Verwendung des Turbulenzmodells nach Menter bilden sich dabei deutlich mehr Nachexpansionszellen aus, als für die anderen Modelle. Trotz der guten Wiedergabe der allgemeinen Form der Wärmestromverteilung scheint das Turbulenzmodell nach Spalart-Allmaras in der SAO-Version den Wärmestrom im Bereich der Maxima und Strömungsgebieten mit höherem Turbulenzgrad deutlich zu unterschätzen. So ergibt sich für den Fall $S = 1$ zwischen dem SAO und $k-\omega$ -Modell eine signifikante Abweichung der maximalen Nusselt-Zahl von 389,40%, wobei der Unterschied für kleinere Wandabstände deutlich abnimmt und bei 43,83% liegt. Durch die Konvergenz aller Turbulenzmodelle an einen festen Wert, erfolgt eine deutliche Relativierung der Abweichungen zwischen den integralen Wärmeströmen. Die beste Übereinstimmung der Ergebnisse ergibt sich für die Modelle nach Wilcox und Menter, wobei es bei letzterem zu einem instationären Verhalten der Strömung mit zunehmendem radialem Wandabstand kommt und damit der Unterschied in den integralen Wärmeströmen zunimmt. Damit scheint das $k-\omega$ -Turbulenzmodell die Strömung innerhalb einer Prallstrahlanordnung am präzisesten darzustellen, wobei eine Validierung der numerischen Ergebnisse durch experimentell erzeugte Messdaten erstrebenswert ist. Im zeitlichen Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte dies jedoch nicht realisiert werden und stellt einen Ausblick auf aufbauende Untersuchungen dar.

Weitere Aspekte für zukünftige Arbeiten sind vor allem die Untersuchung der Wärmestromverteilung für weitere Unterexpansionsverhältnisse und deren Einfluss auf die Strömung, als auch die Ausmodellierung einer realen Düse mit angepassten Brennkammerbedingungen, um eine noch genauere Auflösung der Anordnung und eine realistische Düsenausströmung zu gewährleisten. Besonders erstrebenswert ist es, durch die Aufnahme weiterer Messdaten für zusätzliche Wandabstände eine allgemeine Interpolationsmethodik der Wärmestromverteilung für variable Wandabstände zu ermitteln, um die Effizienz der vorgenommenen Untersuchungen drastisch zu beschleunigen.

A. Ausgabeparameter CEA

Listing A.1: Ausgabeparameter des *NASA-Glenn Chemical Equilibrium Program CEA2* [16], welche als Randbedingungen des Düsenaustritts dienen.

```
*****
NASA-GLENN CHEMICAL EQUILIBRIUM PROGRAM CEA2, FEBRUARY 5, 2004
  BY BONNIE MCBRIDE AND SANFORD GORDON
REFS: NASA RP-1311, PART I, 1994 AND NASA RP-1311, PART II, 1996
*****

### CEA analysis performed on Mon 29-Aug-2020 10:49:09

# Problem Type: "Rocket" (Infinite Area Combustor)

prob case=_____4537 ro equilibrium

# Pressure (1 value):
p,bar= 60
# Chamber/Exit Pressure Ratio (1 value):
pi/p= 8

# Equivalence based on Fuel/Oxid. wt ratio (Eq 9.19*) (1 value):
phi= 1

# You selected the following fuels and oxidizers:
reac
fuel H2(L) wt%=100.0000
oxid O2(L) wt%=100.0000

# You selected these options for output:
# short version of output
output short
# Proportions of any products will be expressed as Mass Fractions.
output massf
# Heat will be expressed as siunits
output siunits

# Input prepared by this script:prepareInputFile.cgi

### IMPORTANT: The following line is the end of your CEA input file!
end

THEORETICAL ROCKET PERFORMANCE ASSUMING EQUILIBRIUM

COMPOSITION DURING EXPANSION FROM INFINITE AREA COMBUSTOR

Pin = 870.2 PSIA
```


A. Ausgabeparameter CEA

```

CASE = _____

      REACTANT WT FRACTION ENERGY TEMP
                        (SEE NOTE) KJ/KG-MOL K
FUEL H2(L) 1.0000000 -9012.000 20.270
OXIDANT O2(L) 1.0000000 -12979.000 90.170

O/F= 7.93668 %FUEL= 11.189834 R,EQ.RATIO= 1.000000 PHI,EQ.RATIO= 1.000000

      CHAMBER THROAT EXIT
Pinf/P 1.0000 1.7262 8.0000
P, BAR 60.000 34.758 7.5000
T, K 3571.81 3402.33 2977.49
RHO, KG/CU M 3.2372 0 1.9949 0 5.0913-1
H, KJ/KG -860.46 -1841.57 -4299.84
U, KJ/KG -2713.92 -3583.93 -5772.95
G, KJ/KG -57212.2 -55519.5 -51275.1
S, KJ/(KG)(K) 15.7768 15.7768 15.7768

M, (1/n) 16.023 16.236 16.806
(dLV/dLP)t -1.04352 -1.03875 -1.02593
(dLV/dLT)p 1.7573 1.7086 1.5434
Cp, KJ/(KG)(K) 10.1420 9.9138 8.8322
GAMMA s 1.1293 1.1262 1.1205
SON VEL,M/SEC 1446.7 1400.8 1284.7
MACH NUMBER 0.000 1.000 2.041

PERFORMANCE PARAMETERS

Ae/At 1.0000 2.0927
CSTAR, M/SEC 2147.1 2147.1
CF 0.6524 1.2215
Ivac, M/SEC 2644.6 3184.4
Isp, M/SEC 1400.8 2622.7

MASS FRACTIONS

*H 0.00190 0.00160 0.00090
HO2 0.00040 0.00027 0.00008
*H2 0.01432 0.01299 0.00932
H2O 0.80054 0.82205 0.87861
H2O2 0.00008 0.00005 0.00001
*O 0.01382 0.01135 0.00581
*OH 0.10267 0.08958 0.05670
*O2 0.06628 0.06211 0.04856

* THERMODYNAMIC PROPERTIES FITTED TO 20000.K

NOTE. WEIGHT FRACTION OF FUEL IN TOTAL FUELS AND OF OXIDANT IN TOTAL OXIDANTS

```

B. Strömungsfelder der Prallstrahlen

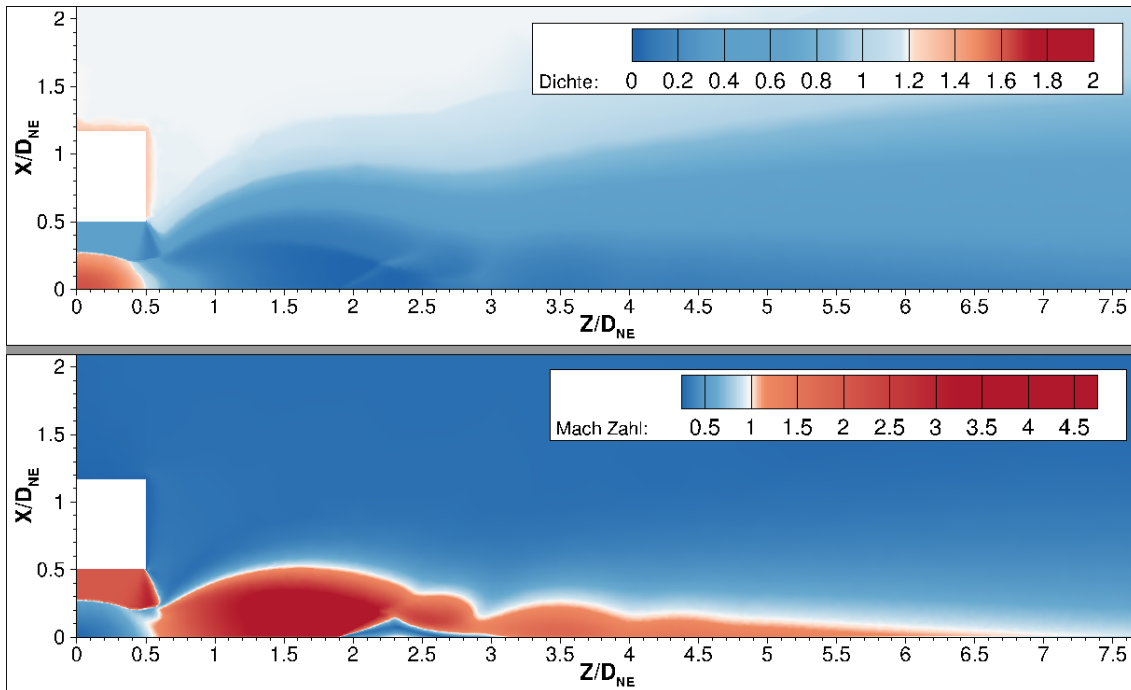
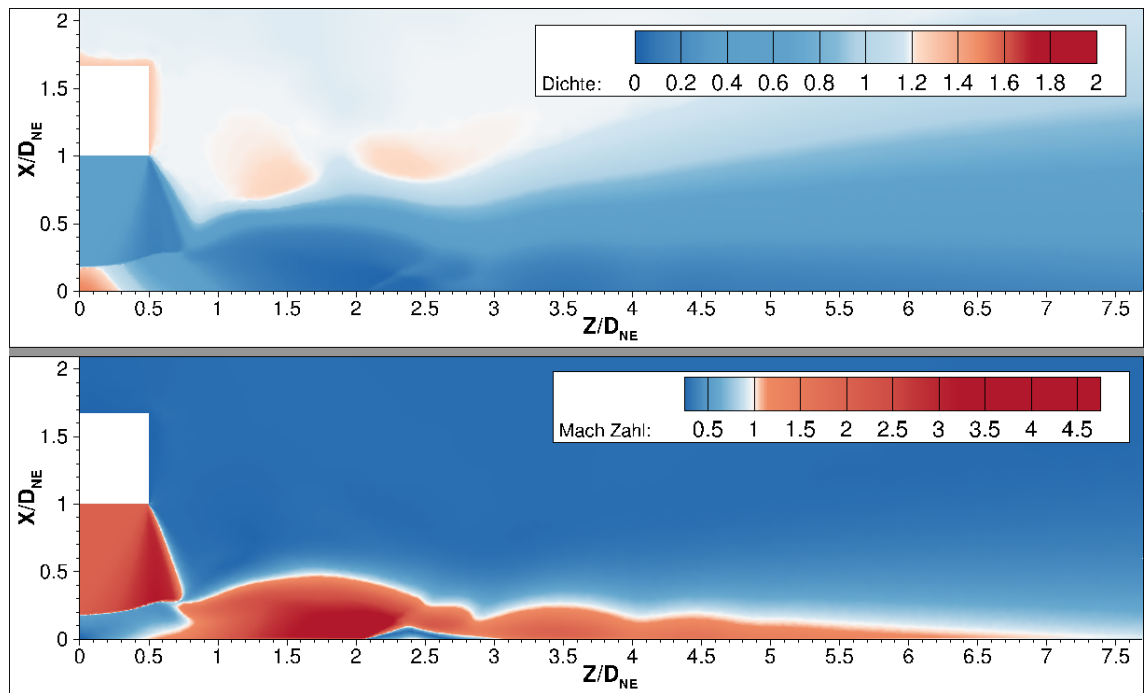
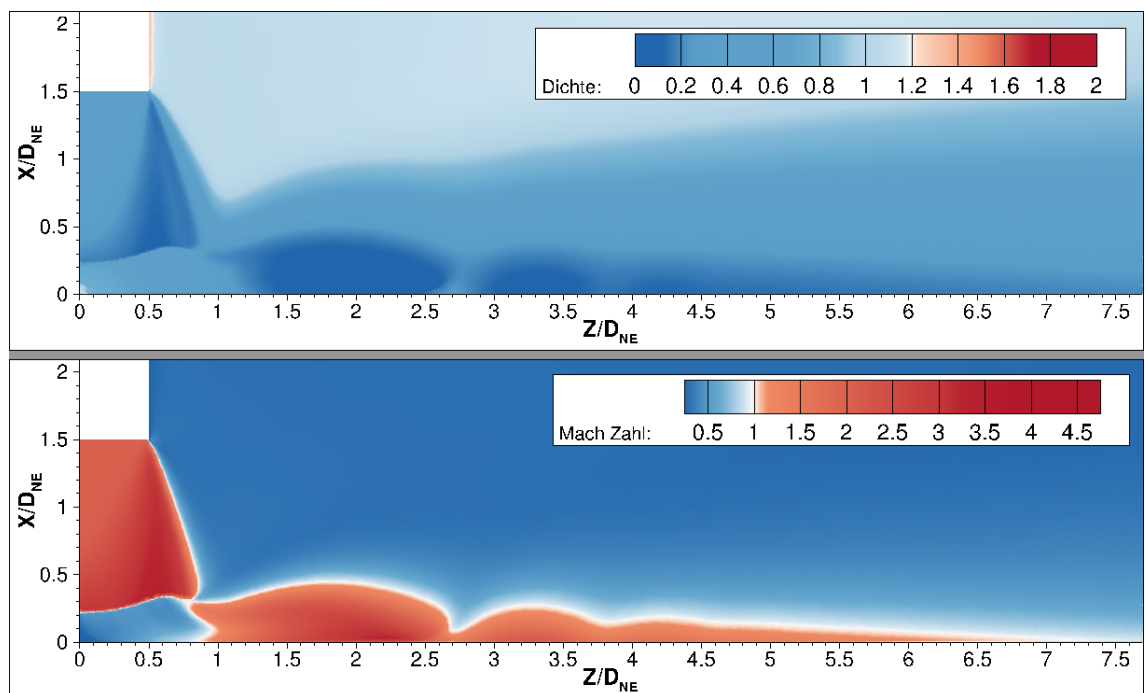


Abb. B.1.: Visualisierung des Strömungsbildes für den Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S = 0,5$. Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

B. Strömungsfelder der Prallstrahlen



(a)



(b)

Abb. B.2.: Visualisierung des Strömungsbildes für die Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S = 1$ a) und $S = 1,5$ b). Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

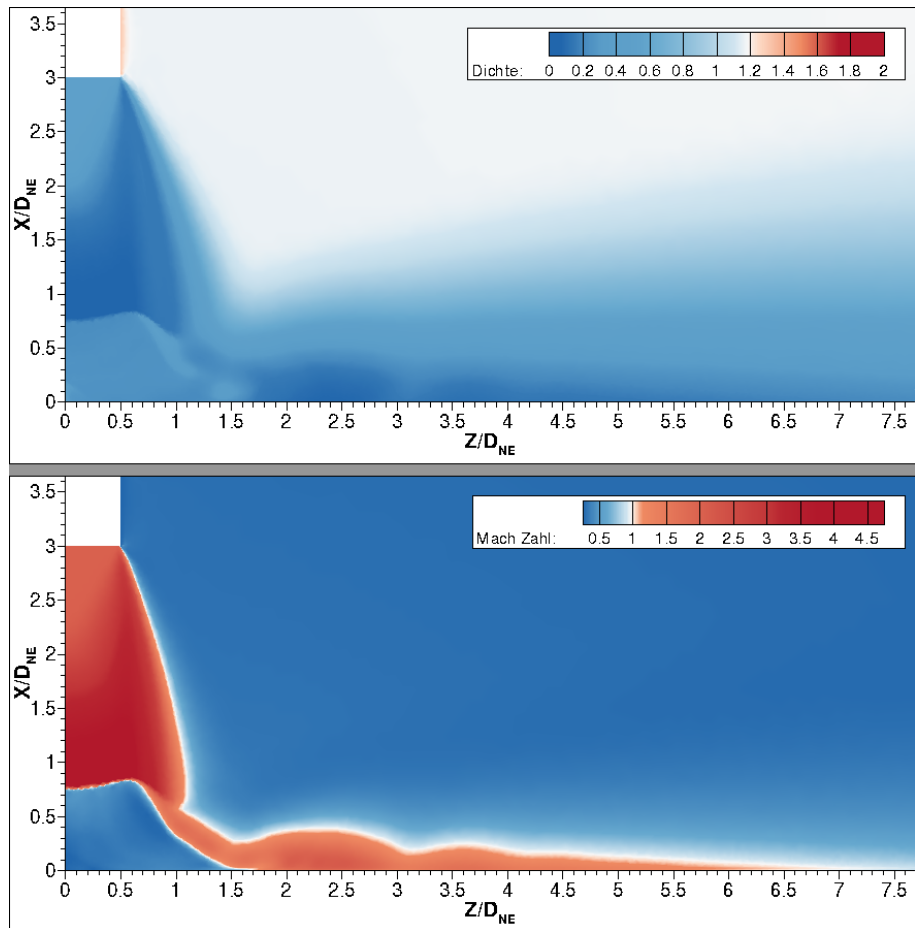


Abb. B.3.: Visualisierung des Strömungsbildes für den Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S' = 3$. Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

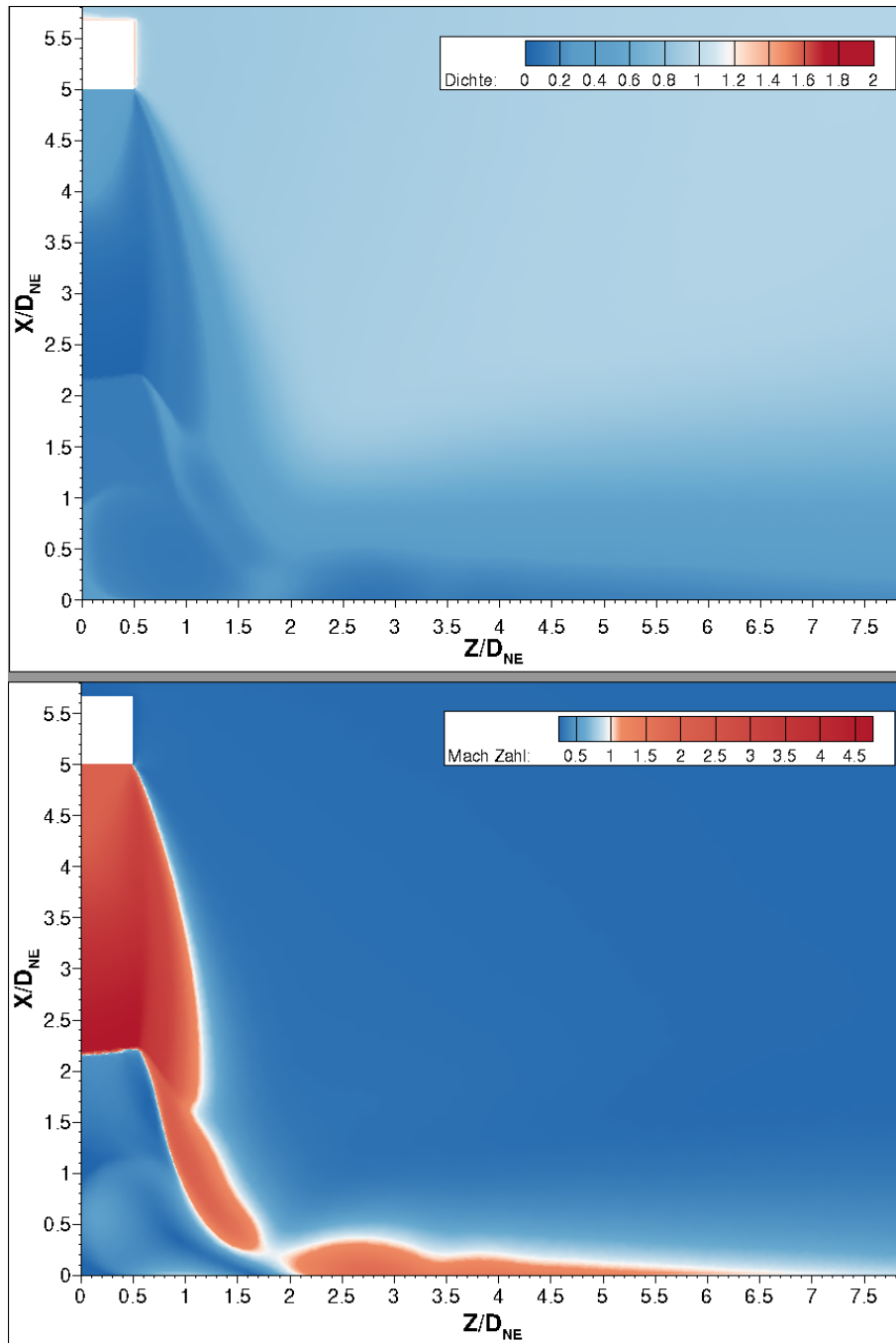


Abb. B.4.: Visualisierung des Strömungsbildes für den Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S = 5$. Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

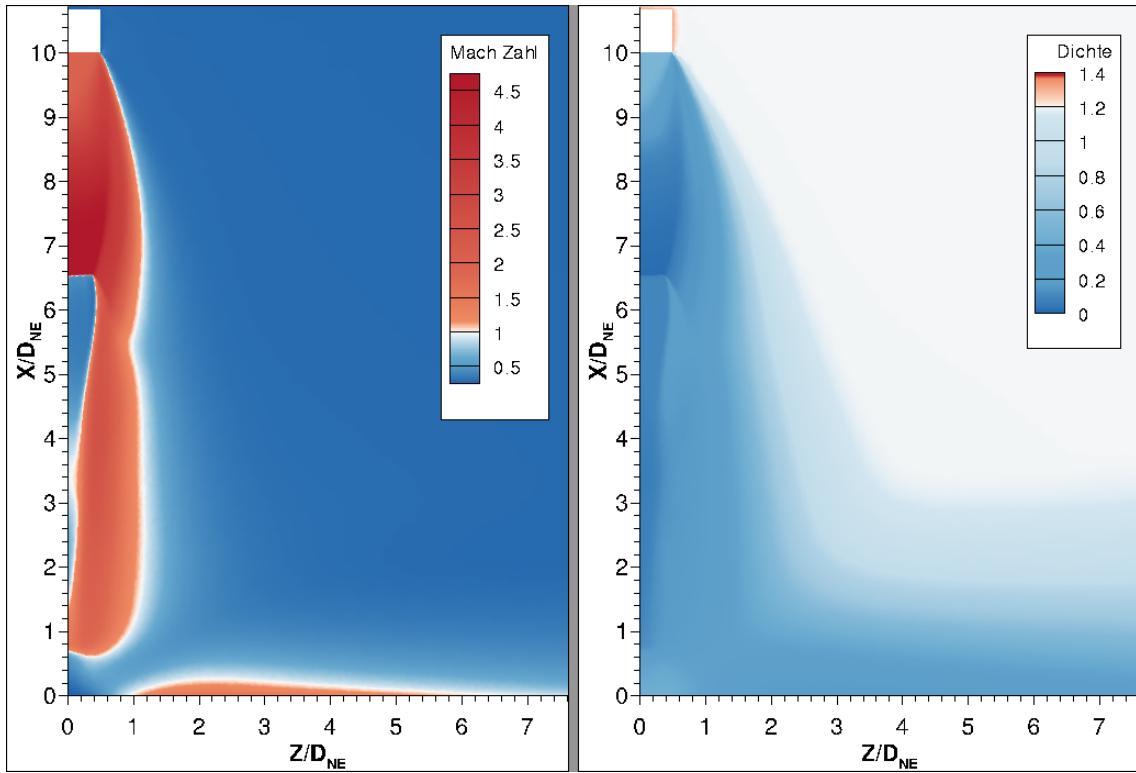


Abb. B.5.: Visualisierung des Strömungsbildes für den Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S = 10$. Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

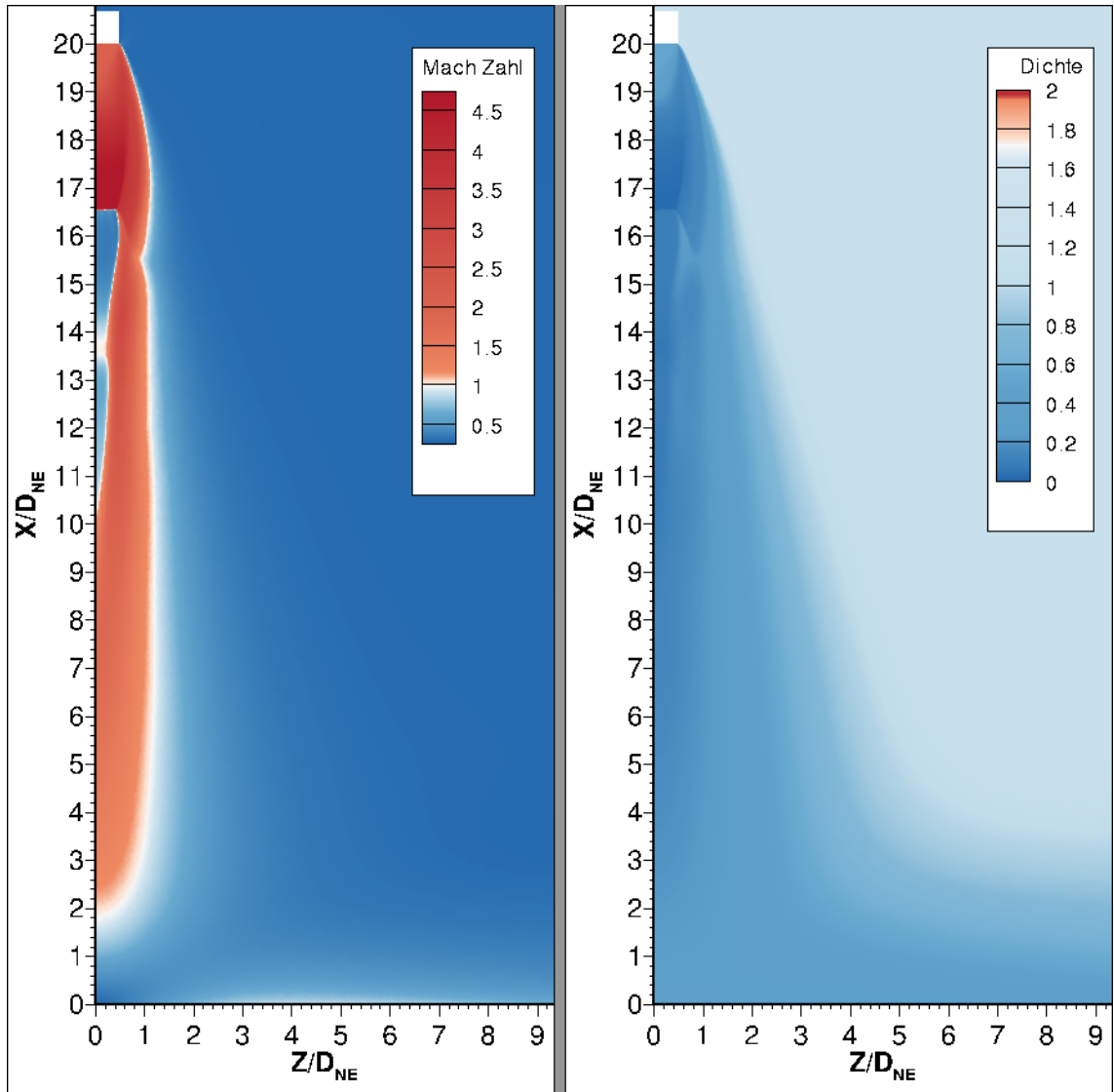


Abb. B.6.: Visualisierung des Strömungsbildes für den Überschallprallstrahl mit Bodenabstand $S = 20$. Die betrachteten Strömungsgrößen sind dabei die Dichte und die Mach-Zahl.

C. Verteilungen der adiabatischen Wandtemperaturen

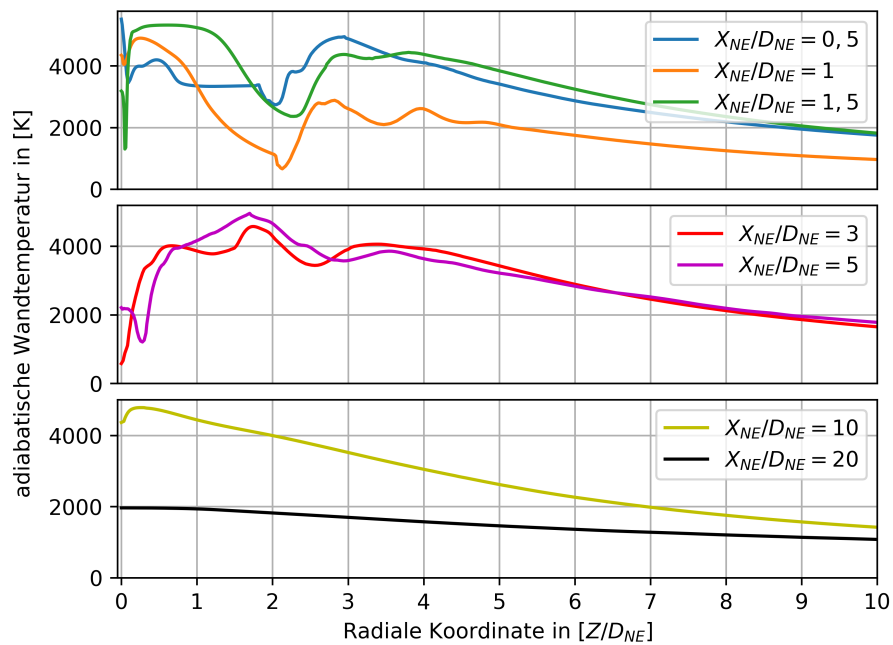
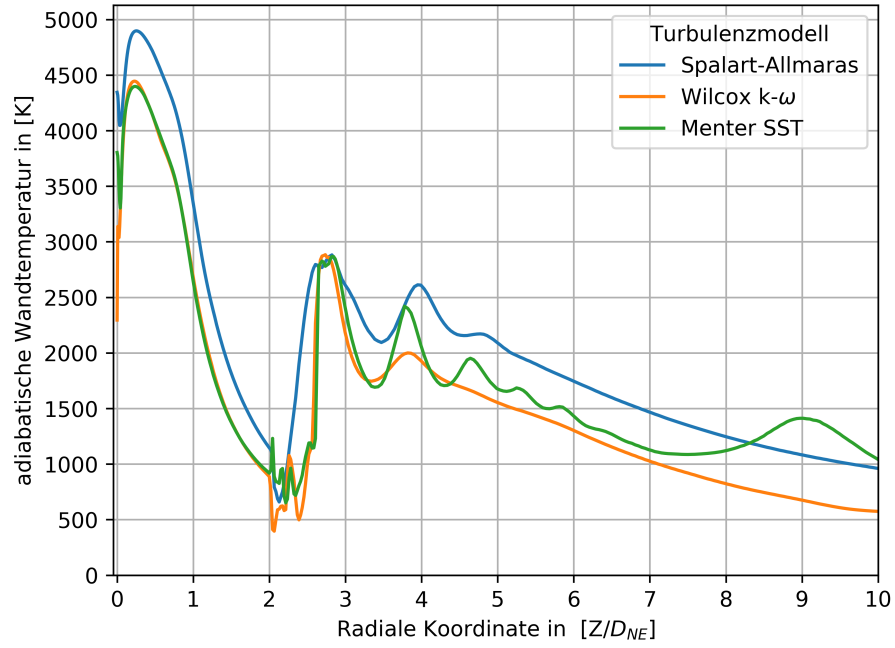
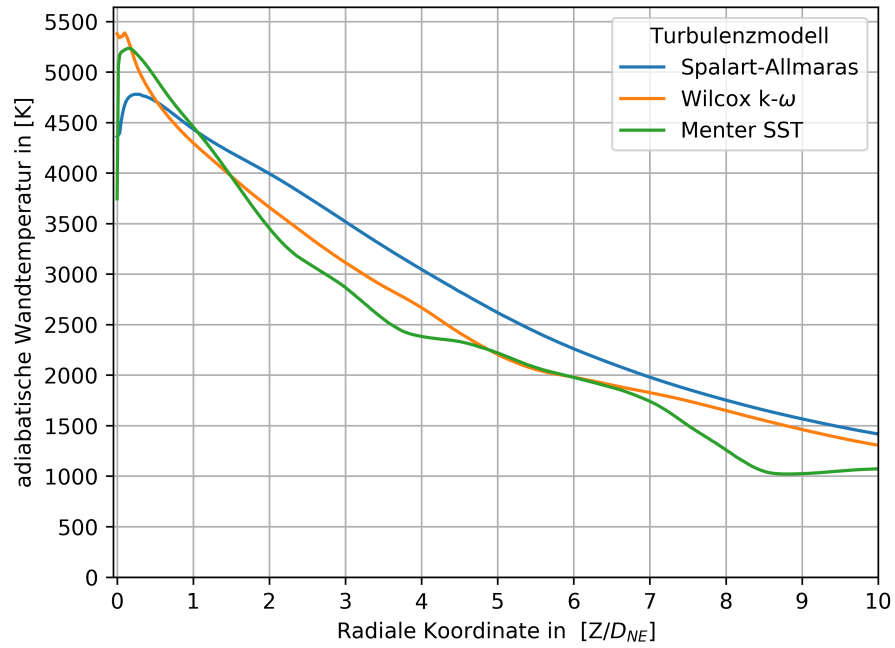


Abb. C.1.: Verteilung der adiabatischen Wandtemperaturen berechnet über das Turbulenzmodell nach Spalart-Allmaras für alle 7 Wandabstände im Intervall $[0,5; 20]$.

C. Verteilungen der adiabatischen Wandtemperaturen



(a)



(b)

Abb. C.2.: Verteilung der adiabatischen Wandtemperaturen berechnet über die Turbulenzmodelle nach Spalart-Allmaras, Wilcox und Menter für $S = 1$ [Abb. a)] und $S = 10$ [Abb. b)].

D. Python-Skript zur Berechnung des GCI

Listing D.1: Im Folgenden ist das Python-Skript abgebildet, welches zur Berechnung des GCI verwendet worden ist.

```
1 import math as m
2 import scipy as sp
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 from taunetcdf.grid import Grid
6 from taunetcdf.solution import Solution
7 from taunetcdf.field import Field
8 from taunetcdf.surface import Surface
9
10 print "#Read Volume files"
11 vol_fine = Field('../gathered_fine/sol.ad.1.pval.12893683')
12 vol_med = Field('../gathered_iso/sol.ad.1.pval.10600000')
13 vol_coarse = Field('../gathered_coarse/sol.ad.1.pval.14400000')
14
15 print "#Read Solution files"
16 sol_fine = Surface('../gathered_fine/sol.ad.1.surface.pval.12893683')
17 sol_med = Surface('../gathered_iso/sol.ad.1.surface.pval.10600000')
18 sol_coarse = Surface('../gathered_coarse/sol.ad.1.surface.pval.14400000')
19
20 print "#Read Grid files"
21 grid_fine = Grid('../Grid/fine_Grid/bigger_farfield_fine_150mm.ad.1')
22 grid_med = Grid('../Grid/bigger_farfield_150mm.ad.1')
23 grid_coarse = Grid('../Grid/coarse_Grid/bigger_farfield_coarse_150mm.ad.1')
24
25 #-----
26 #Berechnung der unterschiedlichen Zellradien ueber die Zellvolumen:
27 print"#-----#"
28 print"Calculating refinement factors"
29 print"#-----#"
30 print"\n"
31 print "#Cell-Radius:"
32
33 vol_1 = vol_fine.vars['volume']
34 N_1 = len(vol_1)
35 dV_1 = sum(vol_1)
36 h_1 = m.pow((3.0/(4.0*m.pi*float(N_1))*dV_1), 1.0/3.0)
37 print("h1 = {}".format(h_1))
38
39 vol_2 = vol_med.vars['volume']
40 N_2 = len(vol_2)
41 dV_2 = sum(vol_2)
42 h_2 = m.pow((3.0/(4.0*m.pi*float(N_2))*dV_2), 1.0/3.0)
43 print("h_2 = {}".format(h_2))
44
45 vol_3 = vol_coarse.vars['volume']
46 N_3 = len(vol_3)
47 dV_3 = sum(vol_3)
48 h_3 = m.pow((3.0/(4.0*m.pi*float(N_3))*dV_3), 1.0/3.0)
49 print("h_3 = {}".format(h_3))
```

D. Python-Skript zur Berechnung des GCI

```
50
51 print("N_1 = {}".format(N_1))
52 print("N_2 = {}".format(N_2))
53 print("N_3 = {}".format(N_3))
54 print "\n"
55 #-----
56
57 #Berechnung der Verfeinerungsfaktoren
58 r_21 = h_2/h_1
59 r_32 = h_3/h_2
60 print "#Refinement Factors and Differences:"
61 print("r_21 = {}".format(r_21))
62 print("r_32 = {}".format(r_32))
63 print "\n"
64
65
66 #-----
67
68 #Extraktion der Oberflaechendaten
69 print "#-----#"
70 print "Starting GCI calculation"
71 print "#-----#"
72 print "\n"
73
74 marker = 6
75
76 print "#Define parameters for GCI-calculations"
77 heat_flux_fine = {}
78 heat_flux_fine["r"] = []
79 heat_flux_fine["Q"] = []
80 heat_flux_fine["sol"] = []
81
82 heat_flux_med = {}
83 heat_flux_med["r"] = []
84 heat_flux_med["Q"] = []
85 heat_flux_med["sol"] = []
86
87 heat_flux_coarse = {}
88 heat_flux_coarse["r"] = []
89 heat_flux_coarse["Q"] = []
90 heat_flux_coarse["sol"] = []
91
92 surface_out_fine = sol_fine.extract_surface(grid_fine, marker)
93 surface_out_med = sol_med.extract_surface(grid_med, marker)
94 surface_out_coarse = sol_coarse.extract_surface(grid_coarse, marker)
95
96 print "#Extracting surface-side"
97 zindex2_fine = np.argsort(surface_out_fine.vars["z"][:])
98 z2_fine, zunindex2_fine = np.unique(surface_out_fine.vars["z"][zindex2_fine], return_index=True)
99 index2_fine = zindex2_fine[zunindex2_fine]
100
101 zindex2_med = np.argsort(surface_out_med.vars["z"][:])
102 z2_med, zunindex2_med = np.unique(surface_out_med.vars["z"][zindex2_med], return_index=True)
103 index2_med = zindex2_med[zunindex2_med]
104
105 zindex2_coarse = np.argsort(surface_out_coarse.vars["z"][:])
106 z2_coarse, zunindex2_coarse = np.unique(surface_out_coarse.vars["z"][zindex2_coarse], return_index=True)
107 index2_coarse = zindex2_coarse[zunindex2_coarse]
108
109 print "#Reading in Heat-Fluxes"
110 heat_flux_fine["r"] = surface_out_fine.vars["z"][index2_fine]
111 heat_flux_fine["Q"] = surface_out_fine.vars["heat_flux"][index2_fine]
112
113 heat_flux_med["r"] = surface_out_med.vars["z"][index2_med]
114 heat_flux_med["Q"] = surface_out_med.vars["heat_flux"][index2_med]
115
116 heat_flux_coarse["r"] = surface_out_coarse.vars["z"][index2_coarse]
117 heat_flux_coarse["Q"] = surface_out_coarse.vars["heat_flux"][index2_coarse]
118
119 print("Last Point in Ground-Plate-Array coarse = {}".format(heat_flux_coarse["r"][2131]))
120 print("Last Point in Ground-Plate-Array med = {}".format(heat_flux_med["r"][2660]))
121 print("Last Point in Ground-Plate-Array fine = {}".format(heat_flux_fine["r"][4883]))
```

```

122
123 print"#-----#"
124 print"Interpolating solution"
125 print"#-----#"
126 print"\n"
127
128 n_coarse = 2132
129 n_med = 2660
130 n_fine = 4883
131 print("Length of Ground-Plate-Array coarse = {}".format(n_coarse))
132 print("Length of Ground-Plate-Array med = {}".format(n_med))
133 print("Length of Ground-Plate-Arrayfine = {}".format(n_fine))
134 print"\n"
135 print"Loop over medium Grid"
136
137 i = 0
138 j = 0
139 copy_med = 0
140 copy_fine = 0
141
142 while i < n_coarse:
143
144     if i == 0:
145         heat_flux_med['sol'].append(heat_flux_med['Q'][i])
146         heat_flux_coarse['sol'].append(heat_flux_coarse['Q'][i])
147
148     else:
149
150         heat_flux_coarse['sol'].append(heat_flux_coarse['Q'][i])
151         while j < n_med:
152             if (heat_flux_coarse['r'][i] - heat_flux_med['r'][j]) < 0:
153                 copy_med = heat_flux_med['Q'][j-1] + (heat_flux_coarse['r'][i]-heat_flux_med['r'][j-1])/(heat_flux_med['r'][j]
154 ]-heat_flux_med['r'][j-1])*(heat_flux_med['Q'][j]-heat_flux_med['Q'][j-1])
155                 heat_flux_med['sol'].append(copy_med)
156                 #print("Heat flux med = {}".format(heat_flux_med["sol"][i]))
157                 j = 0
158                 break
159             j +=1
160         i += 1
161
162 print"Loop over fine Grid"
163 i = 0
164 j = 0
165 while i < n_coarse:
166
167     if i == 0:
168         heat_flux_fine['sol'].append(heat_flux_fine['Q'][i])
169
170     else:
171
172         while j < n_fine:
173             if (heat_flux_coarse['r'][i] - heat_flux_fine['r'][j]) < 0:
174                 copy_fine = heat_flux_fine['Q'][j-1] + (heat_flux_coarse['r'][i]-heat_flux_fine['r'][j-1])/(heat_flux_fine['r'][j]-
175 heat_flux_fine['r'][j-1])*(heat_flux_fine['Q'][j]-heat_flux_fine['Q'][j-1])
176                 heat_flux_fine['sol'].append(copy_fine)
177                 #print("Heat flux fine = {}".format(heat_flux_fine["sol"][i]))
178                 j = 0
179                 break
180             j +=1
181         i += 1
182
183 #-----#
184 # GCI Main Loop #
185 #-----#
186
187 print"#-----#"
188 print"Starting GCI Main Loop"
189 print"#-----#"
190
191 p_sum = 0
192 error_fine = {}
193 error_fine["dif"] = []

```

D. Python-Skript zur Berechnung des GCI

```
192 error_fine["ext"] = []
193 error_fine["GCI"] = []
194
195 error_coarse = {}
196 error_coarse["dif"] = []
197 error_coarse["ext"] = []
198 error_coarse["GCI"] = []
199
200 count_conv = 0
201 count_osz = 0
202 i = 0
203 npoints = 2130
204 n_short = 52
205 while i < npoints:
206     r = heat_flux_coarse["r"][i]
207     x_val_11 = heat_flux_fine["sol"][i]
208     x_val_21 = heat_flux_med["sol"][i]
209     x_val_31 = heat_flux_coarse["sol"][i]
210
211     # print("x = {}".format(r))
212     # print("x_val_11 = {}".format(x_val_11))
213     # print("x_val_21 = {}".format(x_val_21))
214     # print("x_val_31 = {}\n".format(x_val_31))
215     e_21 = x_val_21 - x_val_11
216     e_32 = x_val_31 - x_val_21
217
218     print("e_21 = {}".format(e_21))
219     print("e_32 = {}".format(e_32))
220     print"\n"
221
222     if (e_32)/(e_21) >= 0:
223         s = 1
224     else:
225         s = -1
226     #-----
227
228     #Berechnung der scheinbaren Ordnung der Richardson Extrapolation und extrapolierten Loesung:
229     p = 1/(m.log(r_21))*abs(m.log(abs((e_32)/(e_21))))
230     rel_Tol = 5e-2
231     Tol = 1
232
233     if e_32/e_21 > 0:
234
235         while Tol > rel_Tol:
236             q = m.log((m.pow(r_21,p)-s)/(m.pow(r_32,p)-s))
237             # print("q = {}".format(q))
238             p_sum = p_sum + p
239             p_old = p
240             p = abs(p + q)
241             # print("p = {}".format(p))
242             Tol = abs(1 - p/p_old)
243
244             print "#Tolerance and order of Richardson Extrapolation:"
245             print("Tol = {}".format(Tol))
246             print("p = {}".format(p))
247             print"\n"
248
249             ext_21 = (pow(r_21,p)*x_val_11 - x_val_21)/(pow(r_21,p)-1)
250             ext_32 = (pow(r_32,p)*x_val_21 - x_val_31)/(pow(r_32,p)-1)
251             print("ext_21 = {}".format(ext_21))
252             print("ext_32 = {}".format(ext_32))
253
254         #-----
255
256     #Fehler und GCI Berechnung, samt Ausgabe:
257
258     err_a_21 = abs((x_val_11-x_val_21)/(x_val_11))
259     err_ext_21 = abs((ext_21-x_val_11)/(ext_21))
260     GCI_21 = (1.25*err_a_21)/(pow(r_21,p)-1)
261
262     error_fine["dif"].append(err_a_21)
263     error_fine["ext"].append(err_ext_21)
```

```

264     error_fine["GCI"].append(GCI_21)
265
266     print "#Errors and GCI on fine and medium grid:"
267     print("err_a_21 = {}".format(err_a_21))
268     print("err_ext_21 = {}".format(err_ext_21))
269     print("GCI_21 = {}".format(GCI_21))
270
271     err_a_32 = abs((x_val_21-x_val_31)/(x_val_21))
272     err_ext_32 = abs((ext_32-x_val_21)/(ext_32))
273     GCI_32 = (1.25*err_a_32)/(pow(r_32,p)-1)
274
275     error_coarse["dif"].append(err_a_32)
276     error_coarse["ext"].append(err_ext_32)
277     error_coarse["GCI"].append(GCI_32)
278     print"\n"
279
280     print "#Errors and GCI on medium and coarse grid:"
281     print("err_a_32 = {}".format(err_a_32))
282     print("err_ext_32 = {}".format(err_ext_32))
283     print("GCI_32 = {}".format(GCI_32))
284
285     print"-----"
286     #-----
287
288     #Verhaeltnis Konvergenz/Osz-Konv:
289
290     count_conv = count_conv + 1
291
292     else:
293         print"Oscillatory convergence; Break"
294         print"-----"
295         count_osz += 1
296
297     i += 1
298
299     rel = float(count_conv)/float(i)
300
301     print"#Relation between Convergence and oscillatory convergence:"
302     print("count_conv = {}".format(count_conv))
303     print("count_osz = {}".format(count_osz))
304     print("rel = {}".format(rel))
305
306     dif_fine_mw = sum(error_fine["dif"])/count_conv
307     print("err_a_21 mean val: {}".format(dif_fine_mw))
308     ext_fine_mw = sum(error_fine["ext"])/count_conv
309     print("err_ext_21 fine mean val: {}".format(ext_fine_mw))
310     GCI_fine_mw = sum(error_fine["GCI"])/count_conv
311     print("GCI fine mean val: {}".format(GCI_fine_mw))
312
313     dif_coarse_mw = sum(error_coarse["dif"])/count_conv
314     print("{} ".format(sum(error_coarse["dif"])))
315     print("err_a_32 coarse mean val: {}".format(dif_coarse_mw))
316     ext_coarse_mw = sum(error_coarse["ext"])/count_conv
317     print("err_ext_32 coarse mean val: {}".format(ext_coarse_mw))
318     GCI_coarse_mw = sum(error_coarse["GCI"])/count_conv
319     print("GCI coarse mean val: {}".format(GCI_coarse_mw))
320
321     print("mean order: {}".format(p_sum/count_conv))
322     error_fine["dif"].append(err_a_21)
323     error_fine["ext"].append(err_ext_21)
324     error_fine["GCI"].append(GCI_21)
325
326     print("Last Point in Ground-Plate-Array coarse = {}".format(heat_flux_coarse["r"][52]))
327     print("Last Point in Ground-Plate-Array coarse = {}".format(len(heat_flux_coarse["sol"])))
328     print("Last Point in Ground-Plate-Array coarse = {}".format(len(heat_flux_med["sol"])))
329     print("Last Point in Ground-Plate-Array coarse = {}".format(len(heat_flux_fine["sol"])))
330
331
332     #-----#
333     # Darstellung der Ergebnisse #
334     #-----#
335     print"#-----#"

```

D. Python-Skript zur Berechnung des GCI

```
336 print "Creating result"
337 print "#-----#"
338 print "\n"
339
340 print "#Creating Plot"
341 plt.figure()
342
343
344 #plt.errorbar(heat_flux_coarse["r"]/300, heat_flux_coarse["Q"]/1e6, yerr = dif_coarse_mw*heat_flux_coarse["Q"]/1e6, fmt
    = '.k')
345 #plt.plot(heat_flux_coarse["r"]/300, heat_flux_coarse["Q"]/1e6, "y", label = 'grob')
346
347 plt.plot(heat_flux_med["r"]/300, heat_flux_med["Q"]/1e6, "r", label = 'medium')
348 plt.errorbar(heat_flux_med["r"]/300, heat_flux_med["Q"]/1e6, yerr = dif_fine_mw*heat_flux_med["Q"]/1e6, fmt = '.k',
    errorevery=1, capsize = 1)
349
350 #plt.plot(heat_flux_fine["r"]/300, heat_flux_fine["Q"]/1e6, "r", label = 'fein')
351 #plt.errorbar(heat_flux_fine["r"]/300, heat_flux_fine["Q"]/1e6, error_fine["GCI"])
352
353 plt.xlim(right = 10)
354 plt.xlim(left = -0.05)
355 plt.legend(loc = 0, title = "Netz")
356 plt.xticks((0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10))
357
358 plt.grid()
359
360 plt.ylabel("W$\ddot{a}$rmestrom in [MW/m$^2$]")
361 plt.xlabel("Radiale Koordinate in [Z/D_{NE}]")
362 plt.savefig('heat_flux_GCI_med_error.png', bbox_inches='tight', dpi = 600) #axis title
```

Literaturverzeichnis

- [1] M. Ariff, S. M. Salim, and S. C. Cheah. Wall y^+ approach for dealing with turbulent flow over a surface mounted cube: Part 1-low reynolds number. In *Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO in Melbourne, Australia*, 2009.
- [2] J. Boussinesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. *Mem. Présenté Acad. Sci.*, 23:S. 46, 1877.
- [3] R. G. Brakmann. *Increasing Heat Transfer in Convective Cooling Systems with Optimized Surface Structures*. Dr. Hut, 2017.
- [4] I. B. Celik, U. Ghia, P. J. Roach, C. J. Freitas, H. Coleman, and P. E. Raad. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cdf application. *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, 130(7), July 2008.
- [5] *Technical Documentation of the DLR TAU-Code Release 2018.1.0*. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., 2018.
- [6] E. Dumont, T. Ecker, C. Chavagnac, L. Witte, J. Windelberg, J. Klevanski, and S. Giagkozoglou. Callisto - reusable VTVL launcher first stage demonstrator. *Space Propulsion Conference 2018*, 2018.
- [7] C. A. J. Fletcher. *Computational Techniques for Fluid Dynamics 1 - Fundamental and General Techniques, 2. Auflage*. Springer Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1991.
- [8] T. Fließbach. *Mechanik - Lehrbuch zur Theoretischen Physik I*. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg Berlin, 2003.
- [9] J. H. Gummer and B. L. Hunt. The impingement of a uniform, axisymmetric, supersonic jet on a perpendicular flat plate. *Aeronautical Quarterly, Cambridge University Press*, 22:S. 403–420, 1971.

- [10] H. M. Hofmann. *Wärmeübergang beim pulsierenden Prallstrahl*. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005.
- [11] D. Sürig in der Süddeutsche Zeitung. Erster bemannter space-x-flug zur iss gestartet. <https://www.sueddeutsche.de/wirtschaft/raumfahrt-erster-bemannter-space-x-flug-zur-iss-gestartet-1.4923212r>, (30. Mai 2020, Abfrage: 12.08.2020).
- [12] Gerhard H Jirka. *Einführung in die Hydromechanik*. KIT Scientific Publishing, 2007.
- [13] J. Klevanski, T. Ecker, J. Riehmer, B. Reimann, E. Dumont, and C. Chavagnac. Aerodynamic studies in preparation for callisto - reusable VTVL launcher first stage demonstrator. *69th International Astronautical Congress (IAC) Bremen (Germany)*, 1-5 October 2018.
- [14] K. V. Klinkov. *Unsteady gas flows and particle dynamics in the shock layer formed by the impingement of a supersonic two-phase jet onto a plate*. DLR, Bibliotheks-und Informationswesen, 2005.
- [15] I. Marusic, J. P. Monty, M. Hultmark, and A. J. Smits. On the logarithmic region in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 716:R3, 2013. doi: 10.1017/jfm.2012.511.
- [16] B. McBride and S. Gordon. *NASA-Glenn Chemical Equilibrium Program CEA2*. <https://cearun.grc.nasa.gov/>, 2004, Abfrage: 11.10.2020.
- [17] M. Mehta, A. Sengupta, M. Pokora, L. Hall, and N. Rennó. Mars landing engine plume impingement ground interaction. pages 143–157, 03 2010. ISBN 978-0-7844-1096-7. doi: 10.1061/41096(366)17.
- [18] C. D. Munz and T. Westermann. *Numerische Behandlung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen - Ein interaktives Lehrbuch für Ingenieure, 1. Auflage*. Springer Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 2006.
- [19] P. J. Roach. Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116:S. 405–413, September 1994.
- [20] D. Schwamborn, T. Gerhold, and R. Heinrich. The dlr tau-code: recent applications in research and industry. 2006.

- [21] I. Shukla, S. S. Tupkari, A. K. Raman, and A. N. Mullick. Wall y^+ approach for dealing with turbulent flow through a constant area duct. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1440, pages 144–153. American Institute of Physics, 2012.
- [22] R. Skoda. *Numerische Simulation abgelöster und transitionaler Strömungen in Turbomaschinen*. PhD thesis, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2003.
- [23] CENTAUR Software. *Centaur Version 14*. <https://www.centaurosoft.com/>, Abfrage: 19.10.2020.
- [24] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Recherche Aéronautique*, 1:S. 5–21, 1994.
- [25] Dassault Systems. *Catia v5*. <https://www.3ds.com/de/produkte-und-services/catia/>, Abfrage: 19.10.2020.
- [26] J. Tu, G. H. Yeoh, and C. Liu. *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Butterworth-Heinemann, 2018.
- [27] Y. Wada and M.S. Liou. A flux splitting scheme with high-resolution and robustness for discontinuities. *32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 83, 1994.
- [28] D. C. Wilcox. *Turbulence Modelling in CFD, 3. Auflage*. DCW Industries Inc., 2006.
- [29] M. S. Yu, B. G. Kim, and H. H. Cho. Heattransfer on flat surface impinged by an underexpanded sonic jet. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 19: S. 448ff, 2005.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist das Resultat meiner Bachelorstudien und des vorangestellten Spezialisierungspraktikums, die am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik in Göttingen durchgeführt worden sind. Für die Möglichkeit an einem aktuell relevanten Thema mitarbeiten und Vorbetrachtungen anstellen zu können bin ich über alle Maßen dankbar.

In erster Linie und im Besonderen gilt mein Dank jedoch Dr. Moritz Ertl für die zahlreichen Stunden wissenschaftlichen Austausches, Diskussionen und Hilfestellungen, die es ermöglicht haben, die abschließende Fassung der Arbeit in dem Umfang und der Form anzufertigen, wie es heute der Fall ist. Zusätzlich dazu hat der soziale Kontakt in einer gesellschaftlich schweren Zeit dazu beigetragen, dass die Motivation, das Interesse an dem Thema und die Vorfreude auf neue Resultate nie verebbt ist.

Außerdem möchte ich an dieser Stelle Dr. Sebastian Karl für die Unterstützung beim Lösen von numerischen Problemen, die Ratschläge zur Erstellung eines geeigneten Simulationsgitters und das Korrekturlesen der Arbeit danken.

Mein abschließender Dank gilt Dorothea Otto, Claudia Feldner und Lennart Gimm für ihre Verbesserungsvorschläge und Meinungen bei der grafischen Gestaltung der Arbeit und das abschließende Korrekturlesen.

Erklärung Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken entnommene Stellen habe ich unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht. Die Richtlinien zur Sicherung der guten wissenschaftlichen Praxis an der Universität Göttingen wurden von mir beachtet. Eine gegebenenfalls eingereichte digitale Version stimmt mit der schriftlichen Fassung überein. Mir ist bewusst, dass bei Verstoß gegen diese Grundsätze die Prüfung mit nicht bestanden bewertet wird.

Göttingen, den 29. Dezember 2020

(Yannik Feldner)

A handwritten signature in black ink, reading "Yannik Feldner" with a stylized flourish at the end.